रेखागणित

दूसरा भाग

जिसमें तीसरा और चौथा अध्याय है

पश्चिम देशीय चटशालाओं के विद्यार्थियों की

शिक्षा के लिये

पण्डित मोहनलाल और श्रीलाल ने

हिन्दी भाषा में उल्था किया

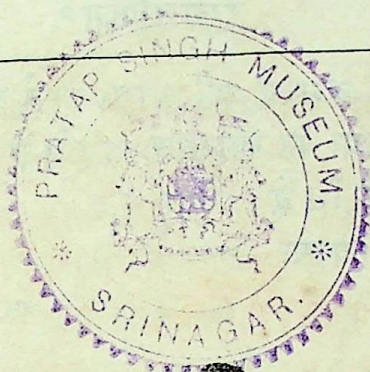
अवधदेश के डैरेक्टर औफ पब्लिक इन्स्ट्रक्शन श्रीयुत विलियम हैण्डफोर्ड साहब बहादुर की

आज्ञानुसार

लखनऊ

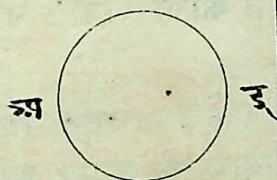
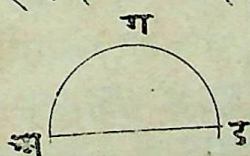
यन्त्र मुन्शी नवलकिशोर में छपी॥

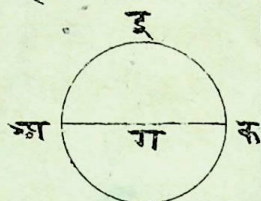
सन्१८६५ई

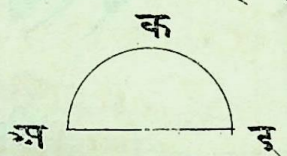
रेखागणित
तीसरे और चौथे अध्याय
का
सूचीपत्र

रेखागणित

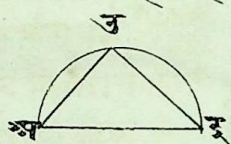
तीसरा अध्याय

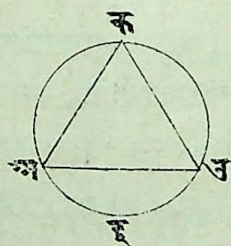
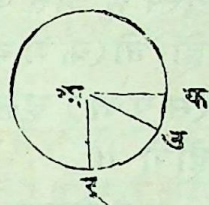
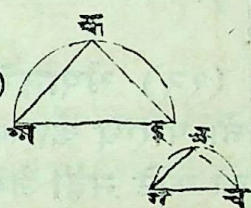
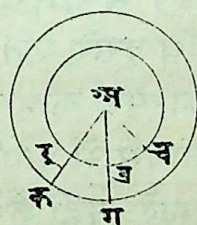
परिभाषा

(१) वृत्त की परिधि के खण्ड को चाप कहते हैं, जैसे (अ इ) चाप है॥

(२) चाप के एक अग्र से दूसरे अग्र तक जो सूधी रेखा होती है, उसे पूर्णज्या, वा जीवा वा चापकर्ण कहते हैं जैसे, (अ इ), जीवा है॥

(३) वृत्तार्द्ध की चाप, अर्द्ध परिधि कहाती है और त्रिज्या को व्यासार्द्ध कहते हैं जैसे, (अ इ क) अर्द्ध परिधि है, और (ग क) त्रिज्या ॥

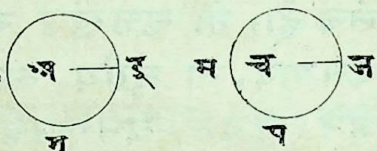
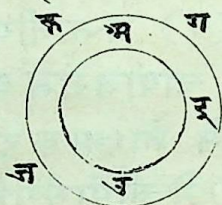
इ
अ ग क

(४) धनुषक्षेत्र, वा चापक्षेत्र, उसे कहते हैं जो चाप और जीवा से बना हो, जैसे (अ इ क) चाप क्षेत्र है ॥

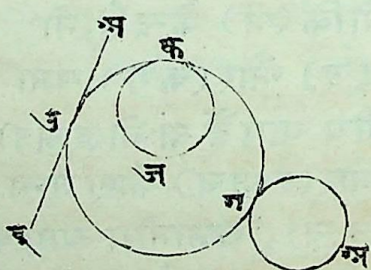
क
अ इ

(५) चापक्षेत्रान्तर्गत कोण उसे कहते हैं, जो चाप के किसी बिंदु से दो सूधी रेखा निकल कर चापक र्ण के अग्रों से जा मिलें, जैसे (अ इ उ) चाप क्षेत्र का अंतर्गत कोण (अ उ इ) है ॥

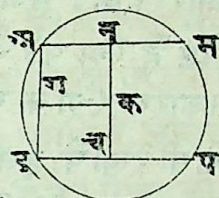
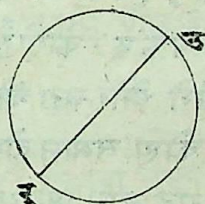
उ
अ इ

(६) चापोपरिस्थ कोण, उसे कहते हैं, जो चाप के ऊपर चापान्तर्गत कोण हो जैसे (अ क उ) कोण, जो (अ उ क) चाप क्षेत्र का अंतर्गत कोण है वह (अ इ उ) चाप के ऊपर स्थित है ॥

क
अ उ
इ

(७) वृत्तखंड, वा वृत्तांश क्षेत्र उसे कहते हैं जो दो त्रिज्या और उन के मध्यस्थ चाप से बना हो और जब एक त्रिज्या दूसरी त्रिज्यापै लंब हो, तो वृत्तखंड को वृत्तपाद, वा तुरीय, कहतेहैं जैसे (अ इ उ) वृत्त खंड है औ र (अ इ क) वृत्तपाद है ॥

(८) सजातीय चापक्षेत्र, वे कहाते हैं, जिन के चापांतर्गत कोण तुल्य हों जैसे जो (अ क इ) और (ग ज च) ये चापांतर्गत कोण तुल्य हों, तो (अ इ क) और (ग च ज) सजातीय चाप क्षेत्र होंगे ॥

(९) सजातीयचाप, वे कहाती हैं जिन के सन्मुख वाले केन्द्रगत कोण तुल्य हों जैसे मा नो कि (अ) केन्द्र है, तो (इ उ) और (क ग) सजा तीय चाप हैं वा जो (इ अ उ) और (उ अ च) कोण तुल्य हों, तो (इ उ) और (उ च), सजातीय चाप कहावेंगी ॥

(१०) सजातीय वृत्तखंड वे कहाते हैं, जिन की चाप सजातीय हों जैसे ऊपर के क्षेत्र को देखो.

कि (अउअ) और (कगअ) सजातीय वृत्तखंड हैं ॥

(११) तुल्य वृत्त वे कहाते हैं जिनकी त्रिज्या तुल्य हैं जैसे जो (अइ) और (चज) त्रिज्या तुल्य हों, तो (कगइ) और (मपज) वृत्त तुल्य होंगे ॥

एक केन्द्रग वृत्त, वे कहाते हैं जिनका एक ही केन्द्र हो जैसे (अइउ) और (कगज) एक केन्द्रग वृत्त हैं ॥

(१२) संपात रेखा उस सूधी रेखा को कहते हैं जो परिधि को स्पर्श करे, परंतु बढ़ाने से परिधि को काटे नहीं जैसे १३ वीं परिभाषा का क्षेत्र लिखा है उसे देखो, कि (अइ) संपात रेखा है ॥

(१३) संपात वृत्त उन्हें कहते हैं, कि एक की परिधि दूसरे वृत्त की परिधि को स्पर्श करे, परंतु आपस में परिधि को काटे नहीं जैसे (कज) और (कग) और (गघ) संपात वृत्त हैं ॥

(१४) संपात विंदु उसे कहते हैं, जिस विंदु पे वृत्तों, वा वृत्त और रेखा का संपात होता है ॥
जैसे ऊपर की पार की परिभाषा के (उ क ग) वृत्त में (उ)(क)(ग) ये संपात विंदु हैं ॥

(१५) तुल्य दूर जीवा उन्हें कहते हैं, जिन पर केन्द्र से जो लंब डाले जायं वे तुल्य हों और जो लंब बड़ा हो वह जीवा दूसरी जीवा की अपेक्षा केन्द्र से अधिक दूर होगी
जैसे (अ म) और (इ प) तुल्य दूर जीवा है और (अ इ) जीवा, (इ प) जीवा की अपेक्षा केन्द्र से अधिक दूर है ॥

(१६) वृत्त खंडिनी रेखा उसे कहते हैं जो सूधी रेखा वृत्त के बाहर किसी विंदु से निकलकर परिधि को दो विन्दुओं पर काटे
जैसे (अ उ इ) वृत्त खंडिनी रेखा है ॥

१ साध्य

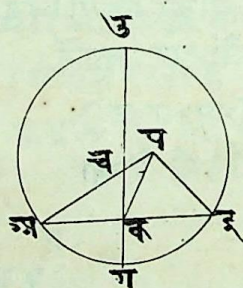
एक कल्पित वृत्त का केन्द्र ढूंढो.

कल्पना करो कि (अ इ उ) वृत्त का केन्द्र ढूंढना है, तो उस वृत्त के भीतर (अ इ) सूधी रेखा सा. १।१० काढ़लो और (क) विंदु पर उसके तुल्य दो खंड करलो और उसी (क) चिन्ह से (अ इ) पर (क उ) रेखा लंब बनालो, फिर (उ क) को सा. १।११ बढ़ाकर (ग) चिन्ह से लगादो और (उ ग) रेखा

के (च) विंदु पर तुल्य दो खंड करलो, वही (च) विन्दु (अ इ उ) वृत्त का केन्द्र होगा जो जानो कि (च) केन्द्र न होगा तो कल्पना करो कि (प) चिन्ह केन्द्र होगा और (प अ) (पक) और (पइ) रेखा करदो ॥

उपपत्ति

(अ क प) और (इ क प) त्रिभुजों में, (अ क) और (इ क) भुजा तुल्य है और (क प) भुजा उभय निष्ट है (अ प) और (पइ) ये त्रिज्या भी तुल्य हैं, इ. प. १।१५ सकारण (अ क प) और (इ क प) कोण तुल्य होंगे, सा. १ किसी रेखा पै दूसरी रेखा खड़ी होने से जो आसन्न कोण तुल्य हों, तो प्रत्येक कोण समकोण होगा, इ. प. १। इसलिये (पकइ) कोण समकोण हुआ, परंतु (चकइ) कोण भी सम कोण है, इस हेतु से (च क इ) और (पक इ) कोण तुल्य होंगे और बड़ा और छोटा कोण समान होगा, परंतु यह बात असंभव है, इसलिये (अ इ उ) वृत्त का केन्द्र (प) चिन्ह पै नहीं होगा, इसी प्रकार यह सिद्ध हो सक्ता है कि (च) को छोड़ और किसी चिन्ह पर (अ इ उ) वृत्त का केन्द्र न होगा, इस युक्ति से (च) चिन्ह ही केन्द्र हो सक्ता है ॥

उ
च प
अ क इ
ग

अनुमान

इस से यह बात भी सिद्ध हो सक्ती है, कि जो

रेखा जीवा के तुल्य दो खंड करे और वह उस पै लंब भी हो, तो उसी लंबरूप रेखा में उस वृत्त का केन्द्र होगा ॥

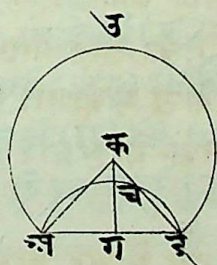
२ साध्य

वृत्त की परिधि में दो बिंदु लेकर उन के बीच में जो सूधी रेखा खींची जाय वह रेखा वृत्त के भीतर ही रहेगी ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) वृत्त की परिधि में (अ) और (इ) दो विन्दु हैं तो (अ) से जो (इ) तक रेखा खेंची जायगी, वह अवश्य परिधि के भीतर रहेगी, और भीतर न रहेगी तो (अ ग इ) रेखा की नाईं परिधि से बाहर रहेगी ॥

(अ इ उ) वृत्त का (क) केन्द्र ढूंढ़ लो फिर (क) (अ) और (क इ) रेखा करदो और (अ इ) चाप में (च) विन्दु लेकर (क च) रेखा करदो और उसे (ग) तक बढ़ा दो ॥ सा.३।१

उपपत्ति

क्योंकि (क अ) और (क इ) त्रिज्या तुल्य हैं प.१।१५ इस कारण (क अ इ) और, (क इ अ) कोन तुल्य हैं सा.१।५ और (अ क ग) त्रिभुज की (अ ग) भुजा (इ) चिन्ह तक बढ़ी हुई है, इस कारण (क ग इ) बहिः कोन, (क अ ग) सन्मुख के अंतः कोन से बड़ा है सा.१।१६ परंतु (क अ ग) और

(क इ ग) दोनों कोनों को तुल्य सिद्ध कर चुके हैं, इस लिये (क ग इ) कोन (क इ ग) कोन से भी बड़ा होगा, परंतु बड़े कोन के सन्मुख की भुजा भी बड़ी होती है इस लिये (क इ) भुजा (क ग) भुजा से बड़ी होगी, परंतु (क इ) और (क च) रेखा तुल्य हैं, इस लिये (क च) भी (क ग) से बड़ी होगी, अर्थात् छोटा पदार्थ बड़े से भी बड़ा हो जायगा, यह बात असंभव है, इस कारण से (अइ) रेखा परिधि से बाहर कभी न होगी और इसी प्रकार यह भी सिद्ध हो सक्ता है कि वह रेखा (अइ), परिधि के ऊपर भी न होगी, इसलिये अवश्य (अइ) रेखा परिधि के भीतर होरहैगी ॥

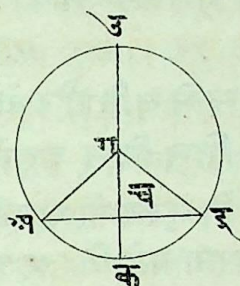
३ साध्य

जो एक सूधी रेखा वृत्त के केन्द्र में होकर गई हो और वृत्त के भीतर किसी जीवा के तुल्य दो खण्ड करे, परंतु वह जीवा केन्द्र में होकर न गई हो, तो उस जीवा पै केन्द्रग रेखा लंब होगी और कदाचित् केन्द्रग रेखा जीवा पै लंब होगी, तो वह रेखा जीवा के तुल्य दो खण्ड भी करेगी

कल्पना करो कि (अ इ उ) वृत्त में (उ क) केन्द्रग रेखा (च) चिन्ह पर (अ इ) रेखा के तुल्य दो खण्ड करती है तो (उ क) रेखा (अ इ) रेखा पर लंब होगी।

सा॰ ३।१ वृत्त का (ग) केन्द्र जानलो फिर (ग अ) और (ग इ) रेखा करदो ॥

उपपत्ति

(अचग) और (इचग) त्रिभुजों में, (अच) और (चइ) भुजा तुल्य हैं, और (गच) उभयनिष्ठ है (अग) और (इग) आधार तुल्य हैं, इसकारण (अचग) और (इचग)

कोण तुल्य हुए, परंतु एक रेखा पर दूसरी रेखा खड़ी होने से, दो कोन तुल्य हों, तो प्रत्येक कोना सम कोन होगा, इसकारण (अचग) और (इचग) प्रत्येक कोन, समकोन हुआ, इसी हेतु से (उक) केन्द्रगा रेखा, केन्द्र वहिर्गत (अइ) रेखा के तुल्य दो खण्ड करती है, और उस (अइ) पर, (उक) रेखा लंब हुई ॥

कदाचित (अइ) रेखा पर, (उक) रेखा को लंब कल्पना करो, तो (उक) रेखा, (अइ) के तुल्य दो खराड करे, अर्थात (अच) और (इच) तुल्य खंड होंगे इस बात के सिद्ध करने के लिये भी पूर्वोक्त रेखा करलो ॥

उपपत्ति

(गअ) और (गइ) त्रिज्या तुल्य हैं, इसलिये (गअच) और (गइच) कोन आपस में तुल्य हैं, (अचग) और (इचग) ये दोनों सम कोन तुल्य हैं, इसलिये (गअच) और (गइच) त्रिभुजों में, एक त्रिभुज के दो कोन दूसरे त्रिभुज के दो कोनों के तुल्य

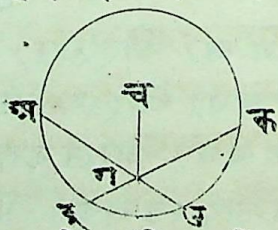
हैं और (ग च) भुजा उभय निष्ठ तुल्य कोनों के सन्मु-
ख है, इस लिये (अच) और (इच) भुजा तुल्य हैं॥ सा.

४ साध्य

केन्द्र से बहिर्गत दो जीवाओं का योग वृत्त के भीतर जिस विन्दु पर होगा उस चिन्ह पर प्रत्येक जीवा के तुल्य दो खण्डन होंगे ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क) वृत्त में केन्द्र से बहिर्गत (अउ) और (इक) जीवाओं का (ग) चिन्ह पर योग होता है, तो उन दोनों रेखाओं के इस (ग) चिन्ह पर तुल्य खण्डन होंगे, और इस बात को न मानो तो कल्पना करो कि (अग) और (गउ) तुल्य खण्ड हैं, और (इग) और (गक) खण्ड भी समान हैं और यह भी जान रक्खो कि जो रेखा केन्द्र में होकर जावेगी उस के तुल्य खण्ड केवल उसी रेखा से होंगे जो केन्द्र में हो कर गई होगी, और जो दोनों रेखा केन्द्र से बहिर्गत हों तो उस वृत्त का (च) केन्द्र जान लो और (चग) रेखा कर दो ॥ सा. ३.१

उपपत्ति

(च ग) रेखा केन्द्र से निकल कर केन्द्र से बहिर्गत जो (अउ) रेखा है उस के तुल्य दो खण्ड करती है, इस कारण (अ उ) रेखा पर (च ग) रेखा लंब होगी, इसी हेतु से (अ ग च) कोन सम कोन होगा, इसी प्रकार केन्द्र से बहिर्गत जो (इक) रेखा है उस के भी सा. ४ ३.

क. (च ग) रेखा तुल्य खण्ड करती है इस कारण (च ग) रेखा (इ क) रेखा पर भी लंब हुई, इस हेतु से सा.३।२ (च ग इ) कोन भी सम कोन हुआ, परंतु (अ ग च) कोन को सम कोन साध चुके हैं इसलिये (अ ग च) और (इ ग च) कोन तुल्य हुए अर्थात् छोटा बड़े कोन के तुल्य हुआ, इसलिये यह बात असंभव है, इस हेतु से (अ उ) और (इ क) रेखाओं के (ग) चिन्ह पर तुल्य दो खण्ड न होंगे ॥ स्व.१

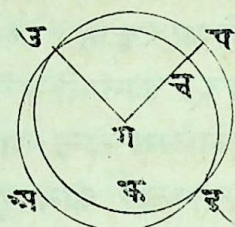
५ साध्य

जो वृत्त आपस में एक दूसरे को काटेगा उन वृत्तों का एक केन्द्र न होगा ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) और (उ क प) ये दो वृत्त (इ) और (उ) चिन्ह पर कटते हैं, तो इन दोनों वृत्तों का एक केन्द्र न होगा और जो तुम कहो कि एक ही केन्द्र होगा तो मानो कि वह केन्द्र (ग) चिन्ह पर है, (ग उ) रेखा कर दो और (ग च प) एक रेखा ऐसी करो जो वृत्तों के (च) और (प) चिन्ह पर योग करे ॥

उपपत्ति

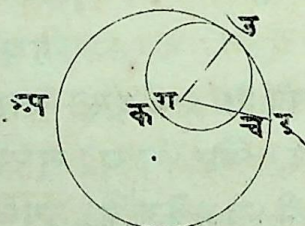
क्योंकि (अ इ उ) वृत्त का (ग) केन्द्र है, इसलिये (ग उ) और (ग च) तुल्य होंगी फिर (उ क प) वृत्त का भी (ग) केन्द्र है, इसलिये (ग उ) और (ग प) तुल्य होंगी, परंतु (ग उ) त्रिज्या (ग च) के भी तुल्य है इसलिये (ग च) और ग प तुल्य होंगी इस रीति से छोटा बड़े के तुल्य होता है, परंतु यह असंभव है, प.१।१५ प.१।१५ स्व.१

इस कारण (अ इ उ) और (उ क प) वृत्तों का केन्द्र (ग) चिन्ह पर नहीं है ॥

६ साध्य

जिन दो वृत्तों का अंतः संपात होगा उन का एक ही केन्द्र न होगा ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) और (उ क च) इन दोनों वृत्तों का अंतः संपात (उ) चिन्ह पर हुआ है, उन का एक बिंदु पे केन्द्र न होगा, कदाचित हो तो कल्पना करो कि उन का केन्द्र (ग) चिन्ह पर है (ग उ) रेखा कर दो और (ग च इ) एक रेखा ऐसी करो जो वृत्तों के (च) और (इ) चिन्हों से योग करे ॥

उपपत्ति

(अ इ उ) वृत्त का (ग) केन्द्र है, इस कारण प.२१५(ग उ) और (ग इ) तुल्य होंगी, फिर (उ क च) वृत्त का भी (ग) केन्द्र है, इसलिये (उ ग) और (ग च) रेखा भी तुल्य होंगी, परंतु (ग उ) को (ग इ) के तुल्य कह चुके हैं इसकारण (ग च) रेखा (ग इ) के स्व.१ तुल्य होगी, इस रीति से छोटी रेखा बड़ी के तुल्य हुई जाती है, परंतु यह असंभव है, इसलिये (अ इ उ)

और (उ क च) इन दोनों वृत्तों का केन्द्र (ग) चि
न्ह पर नहीं है ॥

७ साध्य

वृत्त के व्यास में केन्द्र को छोड़ कर और कोई बिंदु लिया जाय तो उस बिंदु पर व्यास के दो खण्ड होंगे और उस बिंदु से परिधि तक जितनी रेखा खींची जायंगी उन सब से व्यास का वह खण्ड बड़ा होगा जिस में केन्द्र होगा और बिन केन्द्र वाला खण्ड सब से छोटा और व्यास के बड़े खंण्ड की समीपस्थ रेखा दूरस्थ रेखा से बड़ी होगी और उस बिंदु से व्यास के प्रत्येक खण्ड के आस पास दो दो रेखा तुल्य हो सक्ती हैं ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क) वृत्त का (अ क) व्यास और (ग) केंद्र है (अ क) व्यास का केंद्र छोड़ कर उस का (च) बिन्दु ले लो और उस (च) बिन्दु से परिधि तक जो (च इ), (च उ), (च प) आदि जितनी रेखा खिंच सक्ती हैं, उन सभों में (च अ) रेखा बड़ी और (च क) छोटी होगी और शेष रेखाओं में (च उ) से (च इ) बड़ी होगी और (च प) से (च उ) बड़ी होगी ऐसे और भी जानो ॥

(इ ग), (उ ग) और (प ग) रेखा करदो ॥

उपपत्ति

त्रिभुज की दो भुजाओं का योग शेष तीसरी भुजा से बड़ा होता है इस कारण (इ ग) और (ग च) का योग (इ च) से बड़ा होगा, परन्तु

सा. १, २०

प्र·१।२५ (अ ग) और (इ ग) तुल्य हैं, इसलिये (अग) और (गच) का योग भी (इ च) से बड़ा है, अर्थात् (इ च) से (अ च) बड़ा है फिर (इ ग च) और (उ ग च) त्रिभुजों में, (इ ग) और (उ ग) तुल्य हैं और (ग च) उभय निष्ठ है, परंतु (उ ग च) कोन से (इ ग च) कोन बड़ा है, इसलिये (उ च) स·९

सा·१।२४ आधार से (इ च) आधार बड़ा होगा,

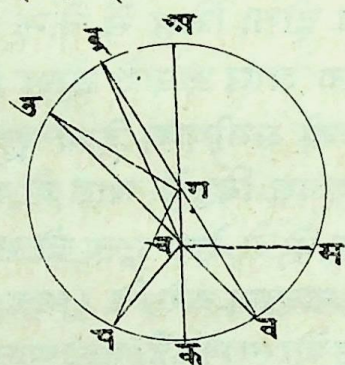
इसीकारण (प च) से (उ च) बड़ा होगा, फिर (प च) और (च ग) का योग

सा·१।२० बड़ा है (प ग) से (ग प) और (ग क) तुल्य हैं इसलिये (ग क) से (प च) और (च ग) का योग बड़ा है,

इन में से उभय निष्ठ (च ग) खण्ड निकाल डा-

स·५ ला, तो (च क) से (च प) बड़ा रहा इस हेतु से (च अ) सभों में बड़ी रेखा है और (च क) सब से छोटी ॥

च चिन्ह से जो परिधि तक रेखा खींची गई हैं, उन में (उच) से (इ च) और (प च) से (उ च) रेखा बड़ी है और (च क) जो सब से छोटी रेखा है, उस के (च) बिंदु से परिधि तक दो रेखा तुल्य खिंच सक्ती हैं ॥

(च ग) रेखा के (ग) चिन्ह पर, (च ग ब) कोन

ऐसा बनाओ जो (च ग प) कोन के तुल्य हो और (च ब) रेखा करदो, (प ग च) और (ब ग च) त्रिभुजों में, (ग ब) और (ग प) भुजा तुल्य हैं, और (ग च) उभयनिष्ठ है, (प ग च) और (ब ग च) कोन तुल्य हैं इसलिये (च प) और (च ब) आधार तुल्य होंगे, (च) बिंदु से परिधि तक जो रेखा खिंची हैं, उन में से (च ब) को छोड़कर (च प) के तुल्य और रेखा नहीं खिंच सकी, और इस बात में भी संदेह हो, तो कल्पना करो कि (च प) के तुल्य (च म) रेखाभी है और (च प) और (च ब) तुल्य हैं, इसलिये (च ब) के तुल्य (च म) होगा अर्थात् केन्द्राश्रित मास खंड की समीपस्थ रेखा दूरस्थ रेखा के तुल्य होगी, परंतु यह असंभव है ॥

सा. १.२ प. २५ सा. १.४ स. १

८ साध्य

वृत्त के बाहर कोई बिंदु लेके वहां से सन्मुख परिधितल तक जितनी रेखा खींची जायंगी उनमें केन्द्रगामिनी रेखा सब से बड़ी होगी और उन रेखाओं में से केन्द्रगामिनी रेखा से जो समीपस्थ रेखा है, वह दूरस्थ रेखा से बड़ी होगी और उसी बिंदु से परिधि पृष्ठ तक जो रेखा खींचीं जायं उन में केन्द्रगामिनी रेखा का बहिःखण्ड सब से छोटा होगा और समीपस्थ रेखाओं से दूरस्थ रेखा बड़ी होगी और उस चिन्ह से परिधितल और परिधिपृष्ठतक दोदो रेखा तुल्य हो सकेंगी ॥

कल्पना करो कि अ इ उ वृत्त है और उसके बाहर (क) चिन्ह है, उस से (क अ), (क ग), (क च), और (क उ) रेखा परिधि तल तक खींचलो और उन में से (क अ) रेखा केन्द्रगामिनी जानो और जो रेखा कि (अ),(ग),(च),(उ), परिधि तल तक खींची गई हैं, उन में केन्द्रगामिनी (क अ) रेखा सभों से बड़ी होगी और उन में केन्द्रगामिनी से समीपस्थ रेखा दूरस्थ रेखा से बड़ी होगी, अर्थात (क च) से (क ग) रेखा बड़ी होगी और (क उ) से (क च) रेखा बड़ी होगी परंतु (क) चिन्ह से परिधि पृष्ठ के (व), (ल), (म) (प) चिन्हों पर जो रेखा पड़ती हैं उन में केन्द्र गामिनी (अ क) रेखा का बहिःखंड (क प) सब से छोटा होगा और उस की समीपस्थ रेखा दूरस्थ रेखा से छोटी होगी, अर्थात (क ल) से (क म) रेखा छोटी होगी और (क व) से (क ल) छोटी होगी ॥

(अ इ उ) वृत्त का प्रथम केन्द्र ढूंढ कर वहां (न) चिन्ह करलो और (न ग), (न च), (न घ), (न व), (न ल) और (न म) रेखा करलो ॥

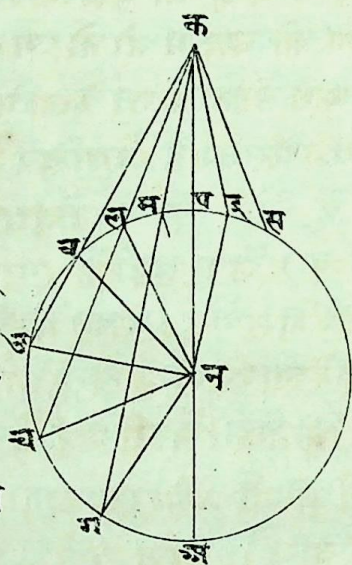
उपपत्ति

(अ न) और (ग न) तुल्य हैं इन में (न क) जोड़ने से, (न क) और (ग न) के योग के तुल्य (अ क) हुआ, परंतु (ग क) से (न ग) स.२ और (ग क) का योग बड़ा है इसलिये (अ क) सा.१२ भी (ग क) से बड़ा होगा, फिर (ग न क) और

(ख न क) त्रिभुजों में (ग न) और (ख न) भुजा तुल्य हैं और (न क) उभयनिष्ठ है, परंतु (ग न) (क) कोन, (ख न क) कोन से बड़ा है, इसकारण (ख क) आधार से (ग क) आधार बड़ा होगा, इसी रीति करके (उ क) से (च क) का बड़ा होना सिद्ध होसक्ता है, इसलिये अ क रेखा सब से बड़ी है और (क ख) से (क ग) और (उ क) से (च क) रेखा बड़ी है ॥ स.९ सा.१२४

(न म) और (म क) का योग (न क) से बड़ा है (न म) और (न प) तुल्य हैं इसलिये (क प) शेष से (क म) शेष बड़ा होगा, (न ल क) त्रिभुज में (न क) भुजा के (न) और (क) छोर से (न म) और (क म) रेखा निकलकर (न ल क) त्रिभुज के भीतरही (म) चिन्ह पर मिली हैं, इसकारण (न ल) और (क ल) के योग से (न म) और (क म) का योग छोटा होगा परंतु (न म) और (न ल) तुल्य हैं, इसलिये (क ल) शेष से (क म) शेष छोटा होगा, इसी रीति करके (क व) से (क ल) छोटा होसक्ता है, इस हेतु से (क प) रेखा सब से छोटी है और (क ल) से (क म) और (क व) से (क ल) रेखा छोटी है और सब से छोटी (क प) रेखा के दोनों ओर (क) चिन्ह से परिधि पर्यंत तक तुल्य दो रेखा खिंच सक्ती हैं; (क न) रेखा (न) चिन्ह पर, (क न इ) कोन, (क न म) कोन के तुल्य बनाओ और (क इ) रेखा करदो (म न क) और सा.१२० सा.१२५ सा.१२१ प.२५ स.५ सा.१२३

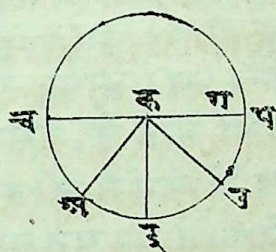
(इ न क) त्रिभुजों में, (न म) और (न इ) भुजा
तुल्य हैं, और (न क)
उभयनिष्ट है, (म न क)
और (इ न क) कोन
कु. तुल्य हैं, इसलिये (क
म) और (क इ) आधा
सा.१८ र भी तुल्य होंगे, (क
इ) रेखा को छोड़ कर
और दूसरी रेखा (क)
चिन्ह से ऐसी नहीं खिं
च सक्ती जो (क म) रे
खा के तुल्य हो और न
मानो तो (क) चिन्ह
से (क स) रेखा खींच लो और (क म) के तुल्य (क स) को कु.
जानलो और (क म) और (क इ) को तुल्य सिद्ध कर चु
के हैं, इस कारण (क इ) और (क स) भी तुल्य
होंगे, अर्थात् लघुतम रेखा की समीपस्थ रेखा,
दूरस्थ रेखा के तुल्य हो जायगी परंतु यह असं
भव है ॥

९ साध्य

वृत्त के भीतर कोई बिंदु लिया जाय और
उस बिंदु से परिधि तक सीधी रेखा खींची जायं
उन में दो रेखाओं से अधिक, अर्थात् तीन आदि
रेखा तुल्य हों तो वह बिंदु वृत्त का केन्द्र होगा ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) वृत्त के भीतर (क)

बिन्दु है और उस बिंदु से परिधि तक (क इ), (क इ), (क उ) ये सूधी रेखा दो से अधिक हैं और तुल्य भी हैं तो वह (क) चिन्ह वृत्त का केन्द्र होगा जो वह न हो तो (ग) चिन्ह को केन्द्र कल्पना करो और (क ग) रेखा करदो और उसी रेखा को परिधि के (च) और (प) चिन्ह से जा मिलाओ॥

उपपत्ति

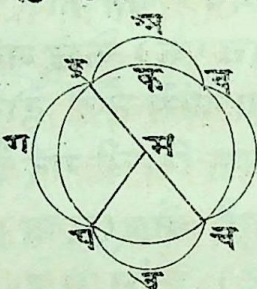
(अ इ उ) वृत्त का (च प) व्यास है इस में प.१७ कदाचित (क) केन्द्र नहीं है, तो (कप) रेखा सब रेखाओंसे बड़ी होगी, जोकि उस बिंदुसे सा.३।७ परिधि तक खिंची गई है और (क इ) से (कउ) बड़ी होगी और (क अ) से (क इ), परंतु ये रेखा आपस में तुल्य हैं क. इसकारण यह बात असंभव है इस हेतु से (अ इ उ) वृत्त का (ग) केन्द्र न होगा इस रीति से यह सिद्ध होता है कि इस वृत्त के (क) को छोड़ कर और केन्द्र नहीं है इस लिये (क) ही केन्द्र होगा॥

१०साध्य

एक वृत्त की परिधि दूसरे वृत्त की परिधि को काटेगी तो दो से अधिक बिंदुओं पै न काट सकेगी॥

जो संभव हो तो कल्पना करो कि (चअइ)

परिधि (क ग प) परिधि को (इ), (प), (च), बिं-
दुओं पे काटती है, पूर्वोक्त रीति से (अ इ उ)
सा.३।१ वृत्त का (म) केंद्र जानलो (म इ) (म प)
(म च) रेखा कर दो ॥

उपपत्ति

(अ इ उ) वृत्त का (म) केंद्र है, इस का-
रण (म इ) (म प), (म च) सब रेखा आपस में
सा.२।१५ तुल्य हैं, और (क ग च) वृत्त के भीतर बिंदु
से (क ग च) परिधि
तक (म इ), (म प),
(म च) ये सूधी रेखा
तुल्य हैं, इस कारण
(क ग च) वृत्त का भी
सा.३।९ केन्द्र (म) होगा; परंतु (म), (अ इ उ) वृत्त
रु. का भी केंद्र है, इस प्रकार से जो दो वृत्त आ-
पस में काटते हैं उन का एक ही बिंदु पे कें-
सा.३।५ द्र होता है पर यह बात असंभव है ॥

११ साध्य

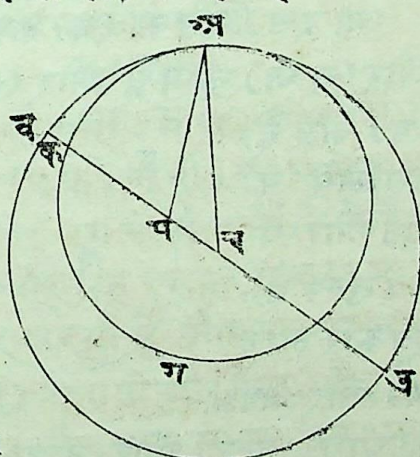
एक वृत्त के भीतर ही दूसरा वृत्त संपात कर-
ता हो, तो उन के केंद्रों के बीच में जो रेखा की
जाय वह बढ़ाने से संपात बिंदु गामिनी होगी ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) के भीतर (अ क ग)
वृत्त (अ) चिन्ह पर संपात करता है और (अ
इ उ) वृत्त का (च) केंद्र और (अ क ग) वृत्त
का (प) केंद्र है और जो सूधी रेखा (च) से (प)

तक होगी वह बढ़ाने से अवश्य संपात चिन्ह (अ) में होकर जायगी और यह जानो कि (अ) पे होके न जायगी तो कल्पना करो कि जैसे (च प क व) रेखा गई है वैसे जायगी ॥

(अ च) और (अ प) रेखा कर दो ॥

उपपत्ति

त्रिभुज की दो भुजों का योग शेष तीसरी भुजा से अधिक होता है, इस कारण (च प) और (प अ) का योग, (च अ) से बड़ा है परंतु (च अ) और (च व) तुल्य हैं, इस लिये (च प) और (अ प) का योग, (च व), से बड़ा है इन में से उभय निष्ठ (प च) खंड निकाल डालने से, शेष (अ प), शेष (प व), से बड़ा होगा परंतु (अ प) और (प क) भी तुल्य हैं, इस लिये (प व) से (प क), बड़ा होगा अ-र्थात छोटा पदार्थ बड़े से भी बड़ा होगा और यह असंभव है इस कारण जो रेखा (च) और (प) केंद्र को मिलाती है वह अन्यथा न जायगी वरन (अ) संपात बिंदु पर होकर ही जायगी ॥

सा. २० प. २१५ प. २१५

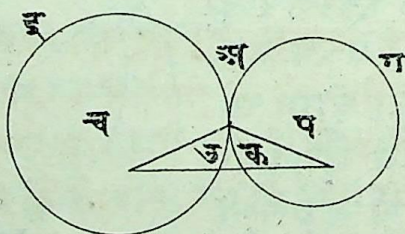
१२ साध्य

वृत्तों का बहिः संपात हो और एक वृत्त के केंद्र से दूसरे वृत्त के केंद्र तक जो रेखा खींची जाय वह अवश्य संपात बिंदु में होकर जायगी ॥

कल्पना करो कि (अइउ) और (अकग) वृत्तों का (अ) चिन्ह पे बहिः संपात होता है, (अइउ) वृत्त का (च) और (अकग) वृत्त का (प) केंद्र है (च) और (प) से योग करने वाली सूधी रेखा अवश्य संपात के (अ) चिन्ह पर हो कर आयगी और ऐसा न मानो तो कल्पना करो कि जैसे (चउकप) रेखा गई है उस प्रकार वह रेखा जायगी, (अच) और (अप) रेखा कर दो ॥

उपपत्ति

(अइउ) वृत्त का (च) केंद्र है, उस में (चउ) और (चअ) तुल्य हैं और (अकग) वृत्त का (प) केंद्र है, इस लिये (पअ) और (पक) तुल्य हैं, इस कारण (चअ) और (अप)

का योग, (चउ) और (कप) के योग के तुल्य होगा, इस कारण (चअ) और (अप) का योग संपूर्ण (चप) रेखा से छोटा हुआ, परंतु (चअ) और (अप) का योग से बड़ा है वही (चअ) और

(अप) का योग (चप) से बड़ा और छोटा दोनों प्रकार का होता है, इसलिये यह बात असंभव है, इस हेतु से जो रेखा (च) और (प) केंद्र से योग करे वह अवश्य संपात बिंदु पे हो कर जायगी और प्रकार से कभी न जावेगी ॥

१३ साध्य

दो वृत्तों का संपात एक बिंदु को छोड़ और बिंदु पे न होगा वह अंतः संपात हो वा बहिः संपात ॥

जो संभव हो तो कल्पना करो कि (गइच) और (अइउ) वृत्त एक बिंदु से अधिक बिंदुओं पे संपात करते हैं और उन का अंतः संपात (इ) और (क) चिन्ह पर होता है (इक) रेखा कर दो और (पब) रेखा ऐसी करो, जो (इक) रेखा के तुल्य खंड करे और उसपर लंब भी हो ॥ सा. १।१० ११

उपपत्ति

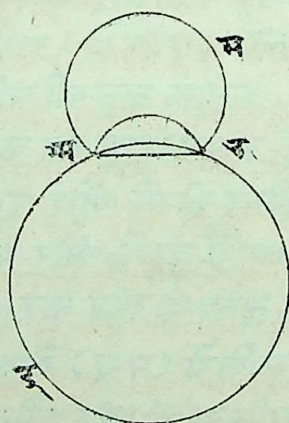
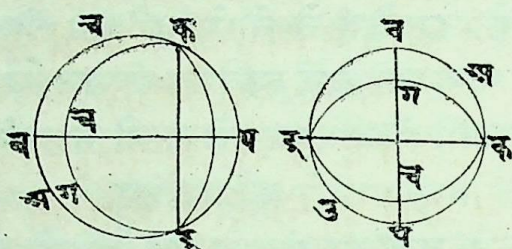
प्रत्येक वृत्त की परिधि में (इ) और (क) बिंदु हैं इसकारण (इक) सूधी रेखा प्रत्येक वृत्त के भीतर होगी और इन दोनों वृत्तों के केंद्र (पब) रेखा में होंगे और यह (पब) रेखा (इक) रेखा के तुल्य दो खंड करती है और उस पर लंबभी है, इसलिये (पब) रेखा संपात बिंदु पर हो के जायगी, परंतु (इ) और (क) संपात बिंदु (पब) रेखा से बाहर है, इसकारण (पब) रेखा संपात से अलग रहती है, अर्थात् (पब) रेखा एकभी संपात बिंदु में हो कर नहीं जाती, यह असंभव है सा. ३। का. अ सा. ३।

इस कारण वृत्तों का अंतः संपात एक बिंदु को छोड़ कर दूसरे बिंदु पै न होगा दो वृत्तों का बहिः सं-

पात भी एक से अधिक बिंदु पर न होगा और संभव हो, तो कल्पना करो कि (अ ब म) और (अ द उ) वृत्तों का बहिः संपात (अ) और (उ) विन्दों पर होता है (अ उ) रेखा कर दो ॥

उपपत्ति

(अ ब म) वृत्त की परिधि में (अ) और (उ) दो बिंदु हैं, इस लिये (अ उ) सूधी रेखा (अ ब म) वृत्त के सा.७।३ भीतर होगी, परंतु (अ ब म) वृत्त (अ क. द उ) वृत्त से बाहर है इस लिये (अ उ) रेखा, (अ द उ) वृत्त से बाहर है, परंतु (अ) और (उ) बिंदु

(अ द उ) वृत्त की परिधि में हैं, इस लिये (अ उ) सा ३.२ रेखा, (अ द उ) वृत्त के भीतर है, अर्थात् (अ उ)

एक ही रेखा, (अ इ उ) वृत्त के बाहर और भी
नर होती है यह असंभव है, इस से यही बात
पाई जाती है कि वृत्तों का बहिः संपात भी एक
बिंदु से अधिक बिंदुओं पर नहीं हो सका ॥

१४ साध्य

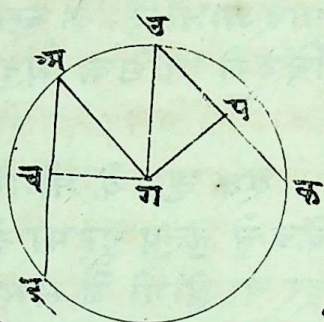
एक वृत्त के भीतर जो तुल्य जीवा होंगी वे
केंद्र से तुल्य दूर पर होंगी और जो जीवा तुल्य
दूर पर होंगी वे समान होंगी ॥

कल्पना करो कि (अ इ क उ) वृत्त में, (अ
इ) और (उ क) जीवा तुल्य हैं तो वे केंद्र से तुल्य
दूर पे होंगी ॥

(अ इ क उ) वृत्त का (ग) केंद्र जानलो, सा. ३।१
और वहां से (अ इ) और (उ क) जीवाओं
पर (ग च) और (ग प) लंब खींचलो ॥ सा. १।१२

उपपत्ति

(ग च) रेखा, (अ इ) पर लंब है, इस कार
ण (ग च) रेखा, (अ इ) जीवा के तुल्य दो सा. ३।३
खंड करेगी, इस हेतु से (अ च) और (इ च)
तुल्य होंगे और (अ इ), द्विगुणित (अ च)
के तुल्य होगी, इसी रीति से (उ क) भी दूने (उ
प) के समान होगी, परंतु (अ इ) और (उ
स्व. क) तुल्य हैं, इसलिये (अ च) और (उ प)
स. ३ भी तुल्य होंगे, इसलिये (अ च) का वर्ग और
(उ प) का वर्ग तुल्य होंगे (अ ग) और (ग उ)
तुल्य हैं, इसलिये (अ ग) और (ग उ) के वर्ग सा. १।१५

भी तुल्य होंगे, परंतु (अचग) और (गपउ) कोनों में प्रत्येक समकोन है, इसलिये (अच) और (चग) के वर्गयोग के तुल्य (अग) का वर्ग है, (गप) और (पउ) के वर्गयोग के समान (गउ) का वर्ग है, इसलिये (अच) और (चग) का वर्गयोग, (गप) और (पउ) के वर्गयोग के तुल्य है, परंतु (अच) और (उप) के वर्ग तुल्य हो चुके हैं, इसलिये शेष (गच) का वर्ग और (गप) का वर्ग तुल्य हुए और (गच) के तुल्य (गप) हुआ, वृत्त में तुल्य दूर जीवा वे ही कहाती हैं जिन पर केंद्र से तुल्य लंब गिरे, इसलिये (अइ) और (उक) जीवा केंद्र से तुल्य दूर पर है ॥

सा.१।४७ स्व.१ स्व.३ प.३।१४

और कल्पना करो कि (अइ) और (उक) रेखा केन्द्र से तुल्य दूर पर हैं, अर्थात् (गच) और (गप) लंब तुल्य हैं, तो (अइ) और (उक) जीवा तुल्य होंगी ॥

जैसे ऊपर रेखा की है वैसे ही रेखा करलो और उसी रीति से यह बात सिद्ध हो सक्ती है, कि (अइ) रेखा, (अच) से दूनी है और दूने (उप) के समान (उक) जीवा है और (गच)

और (अच) का वर्गयोग भी, (गप) और (उप) के वर्गयोग के तुल्य है, परंतु (गच) और (गप) तुल्य है, इसलिये (गच) और (गप) के वर्ग भी तुल्य होंगे, इस कारण शेष (अच) का वर्ग शेष (उप) के वर्ग के तुल्य होगा इसलिये (अच) और (उप) भी तुल्य हैं, परंतु (अइ), इने (अच) के तुल्य हैं और इने (उप) के तुल्य (उक) है, इसलिये (अइ) और (उक) तुल्य हुए ॥

२५ साध्य

वृत्त की सब जीवाओं में व्यास बड़ा होता है, और केन्द्र की समीपस्थ जीवा दूरस्थ जीवा से बड़ी होती है और जो बड़ी जीवा होती है वह छोटी जीवा की अपेक्षा केन्द्र के समीपस्थ होती है ॥

कल्पना करो कि (अइउक) वृत्त का (ग) केन्द्र और (अक) व्यास है और (इउ) जीवा, (चप) जीवा की अपेक्षा केन्द्र के समीप है, तो (अक) रेखा, (इउ) आदि जीवा जो व्यास नहीं है, उन से बड़ी होगी और (इउ) रेखा (चप) से बड़ी होगी ॥

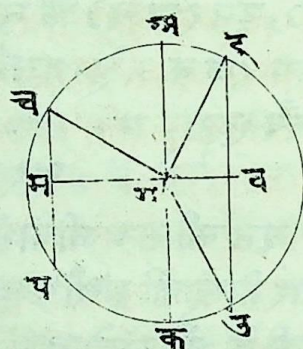
(ग) केन्द्र से (इउ) और (चप) रेखाओं पर (गव) और (गम) लंब डालो और (गइ), (गउ), (गच) रेखा कर दो

उपपत्ति

(अग) और (गइ) तुल्य है, (गक)

और (गउ) तुल्य हैं इसलिये (अक) रेखा, प.२
(गइ) और (गउ) के योग के तुल्य है, परंतु (ग सा.
इ) और (गउ) का योग, (इउ) से बड़ा है,
इसलिये (अक) भी (इउ) से बड़ी है फिर (इ
उ) जीवा, (चप) जीवा की अपेक्षा केन्द्र के स
क. मीपस्थ है इसलिये (गव) लंब, (गम) लंब से
प.३।५ छोटा है तो (गव)
का वर्ग भी, (गम)
के वर्ग से छोटा हो
गा, परंतु पिछले
साध्य के अनुसार
(इउ) रेखा दूने,
(इव) के तुल्य

है, और (पच) रेखा, दूने (चम) के (गव)
(इव) का वर्गयोग; (गम) और (चम) के व
र्गयोग के तुल्य है परंतु (गव) के वर्ग को (ग
म) के वर्ग से छोटा सिद्ध कर चुके हैं, इसकार
ण (चम) के वर्ग से (इव) का वर्ग बड़ा होगा
और (चम) से (इव) बड़ा होगा इसी हेतु से
(इउ) जीवा (चप) जीवा से बड़ी होगी ॥

कल्पना करो कि (इउ) जीवा (चप) जीवा
से बड़ी है, तो (चप) की अपेक्षा (इउ) जीवा
केन्द्र के समीपस्थ होगी अर्थात् पूर्ववत् रेखाओं प.३
के खीचने से (गव) लंब, (गम) से छोटा होगा
॥ ॥

उपपत्ति

क्योंकि (च प) से (इ उ) रेखा बड़ी है, इस कारण (चम) से (इव) बड़ी होगी और (चम) के वर्ग से (इव) का वर्ग बड़ा होगा, परंतु (इ व) और (गव) का वर्गयोग; (चम) और (गम) के वर्ग योग के तुल्य है इसलिये (गम) के वर्ग से (गव) का वर्ग छोटा होगा और (गम) से (गव) छोटा होगा, इसी हेतु से (च प) जीवा की अपेक्षा (इउ) जीवा केन्द्र के समीपस्थ है ॥

१६ साध्य

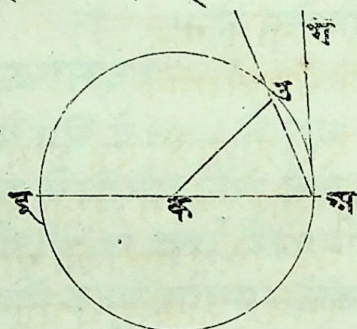
वृत्त के व्यास के छोर पै जो लंब डाला जायगा उस लंब और परिधि के बीच में उसी छोर से ऐसी कोई रेखा न खींची जायगी जो परिधि को न काटे अर्थात् व्यास और उस रेखा से ऐसा ब. ड़ा न्यून कोन नहीं बनसक्ता जिसमें परिधि न कटे और वह रेखा लंब के साथ ऐसा छोटा न्यू. न कोन भी न बना सक्ती जिसमें परिधि खंडित न हो ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) वृत्त का (क) केन्द्र और (अ इ) व्यास है, (अ इ) व्यास के (अ) छोर से जो लंब रेखा की जायगी वह वृत्त से बाहर रहेगी, कदाचित् यह जानो कि वृत्त के बाहर न रहेगी बरन भीतर रहेगी, जैसे कि (अ उ) रेखा है ॥

(क उ) रेखा करदो परिधि से वह रेखा जहां

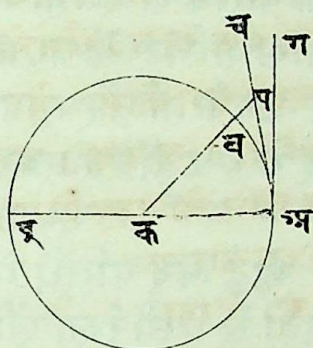
संयोग करती है यहां (उ) चिन्ह जानो ॥

उपपत्ति

(क अ) और (क उ) तुल्य हैं इसलिये (क अ उ) और (क उ अ) कोन तुल्य हुए, परंतु (क अ उ) समकोन है, इसलिये (क उ अ) कोन भी सम कोन होगा, इसी हेतु से (क अ उ) और (अ उ क) इन दोनों कोनों का योग दो सम कोन के तुल्य होगा, पर यह बात हो नहीं सकी इस कारण (अ इ) रेखा के (अ) चिन्ह पै जो लंब खींचा है, वह वृत्त के भीतर न होगा और इस रीति

से यह बात भी सिद्ध होती है कि वह वृत्त की परिधि के ऊपर भी न होगा, परंतु जैसी कि (अग) रेखा है, उस की नाईं परिधि के बाहर रहैगी, परिधि और (अग) रेखा के बीच में (अ) बिंदु से एक और रेखा नहीं खिंच सक्ती जो परिधि को न काटे और जो इस बात को न मानो तो कल्पना करो कि परिधि और (अग) के बीच में (अच) रेखा है (अ च) रेखा पै (क) बिंदु से (कप) लंब बनाओ और वह जहां परिधि से योग करती हो वैहां (ख) चिन्ह जानो ॥

उपपत्ति

क्योंकि (अ प क) सम कोन है और (क अ प) कोन सम कोन से छोटा है इस लिये (क प) से (क अ) बड़ा होगा,

परंतु (क अ) और (क व) तुल्य हैं, इस लिये (क प) से (क व) बड़ा होगा, अर्थात् एक खंड संपूर्ण राशि

से बड़ा होता है, यह असंभव है, इस कारण परिधि और (अ ग) रेखा के बीच में ऐसी कोई रेखा नहीं खिंच सक्ती जो परिधि को न काट सके ॥

इस का फलितार्थ यह है कि व्यास के (अ) अग्र से कोई रेखा निकल कर व्यास के साथ कितनाही बड़ा न्यून कोन बनावे वा (अ ग) लंब के साथ वह रेखा कितनाही छोटा न्यून कोन बनावे परंतु लंब और उस रेखा के बीच में हो के परिधि अवश्य जायगी अर्थात् वह रेखा परिधि से कट जायगी ॥

व्यास और परिधि से जो कोन बनता है वह सब न्यून कोनों से बड़ा है और व्यास के छोर से जो लंब निकाला जाय उस से और परिधि से जो न्यून कोन होता है वह सब न्यून कोनों में छोटा होता है ॥

अनुमान

मास के अग्र से उसपर जो रेखा लंब की जा॰
यगी वह वृत्त की संपात रेखा होगी और वह
रेखा परिधि के एक ही बिंदु पे संपात करेगी
क्योंकि दो बिंदुओं पर उस रेखा का संपात होतो
वह वृत्त के भीतर जायगी और परिधि के एक
बिंदु पे एक ही रेखा का संपात हो सक्ता है ॥

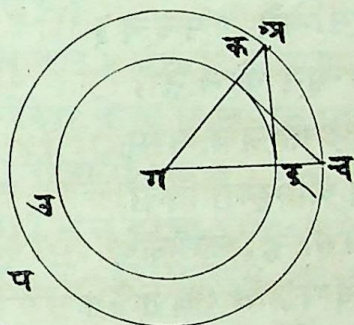
१७ साध्य

कोई बिंदु परिधि में हो वा परिधि से बाह
र वहां से ऐसी रेखा खींचो जो परिधि से संपात
करती हो ॥

कल्पना करो कि (इउक) वृत्त से बाहर
(अ) बिंदु है और उस (अ) बिंदु से ऐसी रेखा
खींचो जो परिधि से संपात करे पहले वृत्त का
(ग) केन्द्र जानलो और (गअ) रेखा करलो
और (ग) केन्द्र से, (गअ) त्रिज्या से, (अच
प) वृत्त बनालो और (गअ) रेखा पर, (क)
चिन्ह से (कच) लंब करलो और (गइच)
रेखा भी करलो तो (अइ) रेखा (इउक) वृत्त
से संपात करेगी ॥

उपपत्ति

(इउक) और (अचप) वृत्तों का (ग)
केन्द्र है, इस कारण (गअ) (गच) तुल्य हैं,
(गक) और (गइ) तुल्य हैं, इसलिये (अगइ) और (चगक) त्रिभुजों में, (अग) और

(ग च) भुजा तुल्य हैं और (ग इ) और (ग क) तुल्य हैं और (अ ग इ) कोन दोनों त्रिभुजों में एक ही है, इस कारण (क च) और (अ इ) आधार तुल्य होंगे और (च ग क) और (अ ग इ) त्रिभुज तुल्य होंगे और उनके शेष कोण भी आपस में तुल्य होंगे, इसलिये (ग इ अ) और (ग क च) कोण तुल्य होंगे, परंतु (ग क च) कोन सम कोन है इस हेतु से (ग इ अ) भी सम कोन होगा और (ग इ) रेखा केन्द्र से खिंची है परंतु व्यास के छोर पे जो लंब रेखा होती है वह वृत्त की संपात रेखा होती है इसलिये (अ इ) रेखा जो (अ) बिन्दु से खिंची है वह वृत्त संपात रेखा है परंतु परिधि के किसी बिंदु से संपात रेखा खींचनी हो जैसा परिधि में (क) चिन्ह है, तो (क) से (ग) केन्द्र तक (क ग) रेखा करलो और उस (क ग) रेखा पे (क) चिन्ह से (क च) लंब करलो, तो वही (क च) रेखा परिधि की संपात रेखा होगी ॥

१९ साध्य

जो रेखा परिधि से संपात करती होगी और उस संपात बिन्दु से केन्द्र तक जो सूधी रेखा की

जायगी वह रेखा संपात रेखा पे लंब होगी ॥

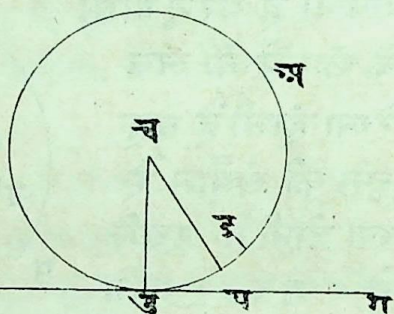
कल्पना करो कि (क ग) रेखा, (अ इ उ) वृत्त की परिधि के (उ) चिन्ह पर संपात करती है और उस वृत्त के (च) केन्द्र से जो (चउ) सा रेखा की जायगी वह रेखा (क ग) संपात रेखा पे लंब होगी, कदाचित् वह लंब न हो तो (क ग) रेखा पे (च) बिंदु से (चप) लंब मानो ॥

उपपत्ति

इस कल्पना में (च प उ) सम कोन हुआ, इसलिये, (प उ च) सा. १९७ न्यून कोन है, बड़े कोन के सन्मु- सा. १९ख की भुजा बड़ी होती है, इसलिये (चप) से (चउ)

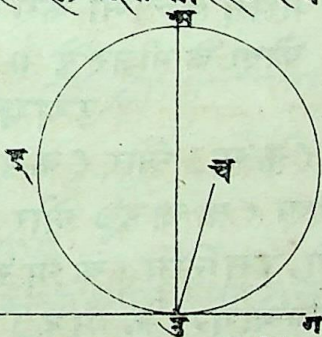
बड़ा है, परंतु (चउ) और (च इ) तुल्य है इस प.१५ कारण (च इ) से (च प) छोटा है, अर्थात् लघु बहुत से भी बड़ा होता है, यह असंभव है, इसलिये (क ग) पे (चप) लंब नहीं हो सक्ता, इसी रीति से यह बात सिद्ध हो सक्ती है, कि (क ग) रेखा पे (च उ) रेखा को छोड़ कर और कोई रेखा लंब नहीं हो सक्ती अर्थात् (चउ) रेखा (कग) रेखा पे लंब है ॥

१९ साध्य

कोई रेखा वृत्त की परिधि से संपात करती

हो और उस रेखा के संपात बिंदु पे जो रेखा लं-
ब की जाय वह वृत्त के केंद्र में होके जायगा ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) वृत्त के (उ)
बिंदु पे, (क ग) रेखा संपात करती है. उस
रेखा पे, (उ) से जो (उ अ) रेखा लंब कीजा-
यगी उसी में वृत्त का केन्द्र होगा, कदाचित् इ-
स बात में संदेह हो तो उस में बाहर (च) के-
न्द्र मानो और (च उ) रेखा कर दो ॥

उपपत्ति

(क ग) रेखा, (अ इ उ) वृत्त से संपात क-
रती है और (च उ) रेखा केन्द्र से संपात तक
है, इस कारण (क ग) रेखा पे (च उ) रेखा लं-
ब होगी और (च उ ग) सम कोण होगा, परंतु
(अ उ ग) भी सम कोण है, इस कारण (च उ
ग) और (अ उ ग)
कोने तुल्य होंगे
अर्थात् इस रीति
से छोटे और बड़े
कोने तुल्य होते हैं,
यह असंभव है, इ-
स कारण (अ इ उ) वृत्त का केन्द्र (च) बिंदु में
नहीं है, इसी रीति से यह बात सिद्ध होसक्ती है, कि
जो बिंदु (अ उ) रेखा में न हो वह केन्द्र न होगा,
अर्थात् वृत्त का केन्द्र (उ अ) रेखा में ही
होगा ॥

अनुमान

संपात रेखा पे केन्द्र से जो लंब डाला जायगा वह रेखा के संपात्त बिंदु पे पड़ेगा, क्योंकि वह रेखा उस रेखा से मिल जायगी जो कि संपात्त रेखा के संपात्त बिंदु पे लंब होगी ॥

२० साध्य

जिस पालिकोण और केन्द्र कोण के सन्मुख का आधार एक ही चाप होगा, उन में से केन्द्रकोण पालि कोण से दूना होगा ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) वृत्त में (इ उ) एक आधार अर्थात् एक चाप पे (इ क उ) केन्द्रकोण और (इ अ उ) पालिकोण हैं, तो (इ अ उ) पालि कोण से (इ क उ) केन्द्रकोण दूना होगा (अ क) रेखा कर के उसे (ग) तक बढ़ादो।

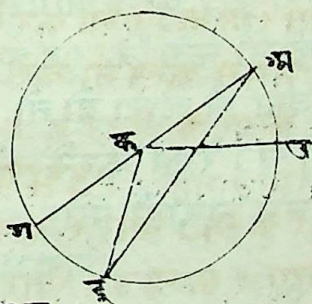
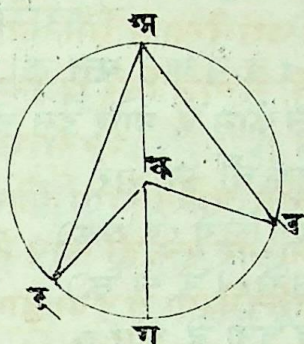
प्रथम कल्पना करो कि वृत्त का केन्द्र (इ अ उ) कोण के भीतर है ॥

उपपत्ति

(क अ) और (क इ) रेखा तुल्य हैं, इस कारण (क अ इ) और (क इ अ) कोण तुल्य सा. होंगे, इस लिये (क अ इ) और (क इ अ) कोनों का योग, (क अ इ) कोन से दूना होगा, परंतु (क अ इ) और (क इ अ) कोनों का योग; (इ क ग) कोन के तुल्य है, इस लिये (इ क ग) कोन, (क अ इ) कोन से दूना होगा, इसी रीति से यह भी सिद्ध हो सक्ता है, कि (क अ उ)

कोन से दूना (ग क उ) कोन होगा, इस लिये संपूर्ण (इ क उ) कोन, संपूर्ण (इ अ उ) कोन से दूना होगा, फिर कल्पना करो कि (इ अ उ) कोन से वृत्त का केन्द्र बाहर है, तोभी ऊपर

की रीति से प्रयोजन सिद्ध हो सक्ता है, कि (ग अ उ) कोन से, (ग क उ) कोन दूना है, और (ग अ इ) कोन खंड से (ग क इ) कोन खंड दूना, इस लिये शेष (इ अ उ) कोन से शेष (इ क उ) कोन दूना है ॥

२१ साध्य

वृत्त के एक चाप क्षेत्रान्तर्गत कोण तुल्य होते हैं ॥

जैसे (अ इ उ क) वृत्त के (इ अ ग क) चाप क्षेत्र में, (इ अ क) और (इ ग क) चापान्तर्गत कोण तुल्य होंगे ॥

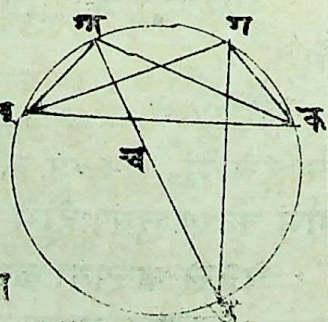
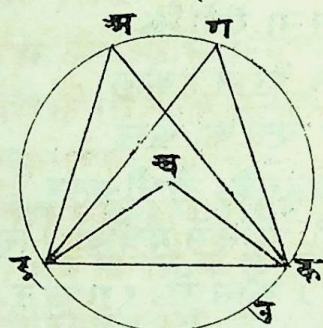
पहले कल्पना करो कि (इ अ ग क) चापक्षेत्र

आधे वृत्त से बड़ा है (अ इ उ क) इसका (च) कें‌द्र जान लो (इ च) और (च क) रेखा करलो ॥ स

उपपत्ति

(इ च क) वृत्त का केंद्र कोन और (इ अ क) पालिकोन है और इन कोनों का (इ उ क) चाप एक ही आधार है, इसलिये (इ अ क) कोन से, (इ च क) सा.३.१८ कोन दूना है और इसी कारण (इ ग क) कोन से भी, (इ च क) कोन दूना है, इसी हेतु से (इ अ क) और (इ ग क) कोन आपस में तुल्य हुए, दूसरे कल्पना करो कि (इ अ ग क) चापक्षेत्र आधे वृत्त से छोटा हो तो (अ) से (च) केंद्र तक (अ च) रेखा करके उसे परिधि के (उ) चिन्ह तक बढ़ादो और (उ ग) रेखा करदो ॥

उपपत्ति

(इ अ क उ) चापक्षेत्र आधे वृत्त से बड़ा है उस में चापांतर्गत (इ अ उ) और (इ ग उ) कोन तुल्य हैं, इसी प्रकार (उ इ ग क) यह भी चापक्षेत्र आधे वृत्त से बड़ा है, उस में चापांतर्गत

(उ अ क) और (उग क) कोन तुल्य हैं, इस-
लिये संपूर्ण (इ अ क) और (इ ग क) कोन तु-
ल्य हैं ॥

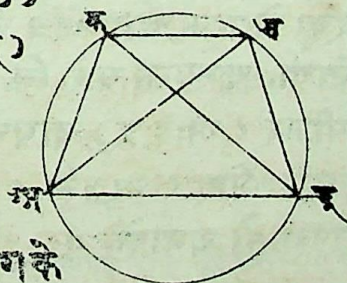
२२ साध्य

वृत्त के भीतर ऐसा कोई चतुर्भुज हो जिस के
कोने परिधि को छूते हों तो उस के सन्मुख के दो
कोनों का योग दो सम कोन के तुल्य होगा ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क) वृत्त के भीतर
(अ इ उ क) चतुर्भुज है, उस के सन्मुख वाले को-
ई दो कोनों का योग, दो समकोन के तुल्य होगा ॥

(अ उ) और (इ क) रेखा करो ॥

उपपत्ति

एक चापांतर्गत कोन तुल्य होते हैं, इस का-
रण (उ अ इ) और (उ क इ) कोन तुल्य होंगे,
ये कोन (उ क अ इ) एक चापांतर्गत है, (अ
क उ इ) चापांतर्गत (अ उ इ) और (अ क इ)
कोन भी तुल्य हैं, इस कारण (उ अ इ) और
(अ उ इ) कोनों का योग, (अ क उ) संपूर्ण कोन
के तुल्य है इन में (अ इ उ)
कोन जोड़ने से, (उ अ इ)
और (अ उ इ) और
(अ इ उ) इन कोनों का
योग, (अ क उ) और
(अ इ उ) इन कोनों के योग के
तुल्य होगा, परंतु (अ उ इ) और (उ अ इ) और

(अ इ उ) येतीनों कोन (उ अ इ) त्रिभुज के को-
ने हैं, इसलिये (उ अ इ) और (अ इ उ) और
(अ उ इ) इन कोनों का योग दो सम कोन के तुल्य सा.१
हुआ, इस कारण (अ क उ) और (अ इ उ) इ-
न कोनों का योग भी दो सम कोन के तुल्य हुआ स्व.१
इसी रीति से यह भी सिद्धि हो सक्ता है, कि (इ अक)
और (क उ इ) कोनों का योग दो सम कोनों के
तुल्य होगा ॥

२३ साध्य

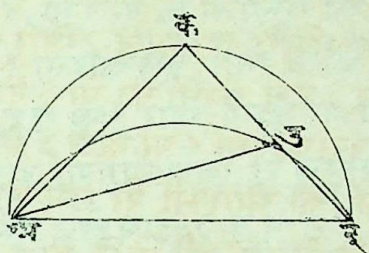
एक रेखा की एक ओर सजातीय दो चाप क्षे-
त्र ऐसे नहीं हो सके जो मिलें नहीं ॥

कदाचित् संभव हो तो कल्पना करो कि (अ
इ) रेखा के एक ओर (अ उ इ) और (अ क इ)
सजातीय ऐसे दो चाप क्षेत्र हैं जो आपस में नहीं
मिलते ॥

उपपत्ति

(अ उ इ) वृत्त और (अ क इ) वृत्तों का (अ) स्व.१
और (इ) चिन्ह पर योग होता है इस कारण उ-
न का और चिन्हों पर योग न होगा और इस का-
रण से एक चाप क्षेत्र के भीतर दूसरा चापक्षेत्र
होगा, कल्पना करो कि (अ क इ) चाप क्षेत्र के
भीतर (अ उ इ) चापक्षेत्र है, (क उ इ) रेखा
काढ़ो और (अ) से (अ क) और (अ उ)
रेखा भी बनादो ॥

उपपत्ति

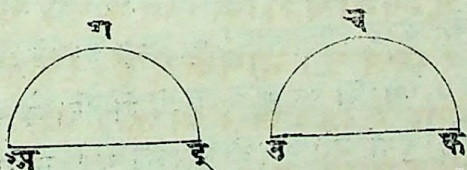
(अ ग इ) और (अ क इ) ये चापक्षेत्र सजातीय हैं और सजातीय चापक्षेत्र के चापांतर्गत कोण तुल्य होते हैं इसकारण (अ उ इ) और (अ क इ) कोन तुल्य हैं, अर्थात् बहिः कोन अंतः कोन के तुल्य होता है, यह असंभव है, इसलिये एक रेखा के एक ओर ऐसे सजातीय चापक्षेत्र नहीं होसके जो न मिलें ॥

२४ साध्य

तुल्य रेखाओं पे जो सजातीय चापक्षेत्र होते हैं वे तुल्य होते हैं ॥

कल्पना करो कि (अइ) और (उक) तुल्य रेखाओं पे (अ ग इ) और (उ च क) ये सजातीय चापक्षेत्र हैं, तो (अ ग इ) और (उ च क) चापक्षेत्र तुल्य होंगे ॥

उपपत्ति

कल्पना करो कि (अ ग इ) चापक्षेत्र को (उ च क) चापक्षेत्र पे ऐसे ढब से रक्खा कि (अ) विन्दु (उ) विन्दु पर हो और (अइ)

ग च
अ इ उ क

रेखा (उक) रेखा पै, तो (अइ) और (उक) रे-
खा की तुल्यता के कारण, (इ) बिन्दु (क) बिन्दु
पर होगा और इस कारण (अइ) रेखा (उक)
रेखा पर होगी और (अगइ) चापक्षेत्र, (उचक)
चापक्षेत्र से मिलजायगा इसलिये (अगइ)
और (उचक) चापक्षेत्र तुल्य होंगे ॥

२५ साध्य

दिये चापक्षेत्र का वृत्त बनाओ॥

कल्पना करो कि (अइउ) एक चापक्षेत्र है, (अब) रेखा वृत्त बनाओ जिसका यह चापक्षेत्र हो ॥

(अउ) रेखा के (क) चिन्ह पै तुल्य दो खंड करके, (अउ) रेखा पै (क) से (कइ) लंब खींचो और (अइ) रेखा करदो ॥

उपपत्ति

क्षेत्र १

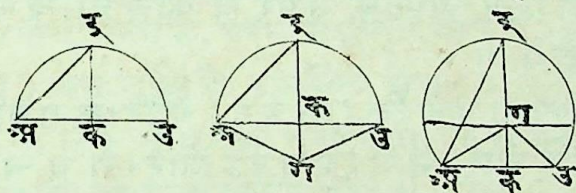
प्रथम कल्पना करो कि (अइक) और (इअक) कोन तुल्य हैं तो (कइ) और (कअ) रेखा तुल्य होंगी, परंतु (कअ) और (कउ) भी तुल्य हैं, इसलिये (कइ) (कअ) और (कउ) ये तीनों रेखा आपस में तुल्य हैं, इसकारण (क) ही वृत्त का केन्द्र है, (क) को केन्द्र मानकर (कअ) वा (कइ) अथवा (कउ) त्रिज्या से वृत्त बनाओगे तो उस की परिधि शेष दो बिन्दुओं को स्पर्श करती हुई जायगी और वही वृत्त अभीष्ट वृत्त बनेगा और (अउ) रेखा में

(क) केन्द्र है, इसलिये (अइउ) चापक्षेत्र अर्द्धवृत्त है परंतु (अइक) और (इअक) कोन अतुल्य होंतो ॥

क्षेत्र २१३

(अइ) रेखा के (अ) बिन्दु पर (इअग) कोन ऐसा बनाओ जो (अइक) कोन के तुल्य हो और (इक) के बढ़ाने की आवश्यकता आवे तो उसे (ग) बिन्दु तक बढ़ालो और (उग) रेखा करदो ॥

उपपत्ति

(अइग) और (इअग) कोन तुल्य हैं, इसलिये (गइ) और (गअ) रेखा तुल्य हैं, ॥

(अकग) और (उकग) त्रिभुजों में भी (अक) और (कउ) भुजा तुल्य हैं और (कग) उभयनिष्ठ है, (अकग) और (उकग) ये दोनों समकोन तुल्य हैं तो (अग) और (गउ) आधार तुल्य होंगे, (अग) और (इग) तुल्य साध चुके हैं, इसलिये (गअ) (गइ) (गउ) तीनों रेखा तुल्य हुईं इसलिये वृत्त का (ग) केन्द्र होगा, और (ग) को केन्द्र मान कर (गअ) वा (गइ) अथवा (गउ) चाहो जिस त्रिज्या से वृत्त बनाओगे तो उस वृत्त की परिधि शेष दो चिन्हों को स्पर्श करेगी और वही अभीष्ट

वृत्त होगा और (इ अ क) कोन से (अ इ क) कोन बड़ा होगा जैसा क्षेत्र २ में, तो (ग) केन्द्र (अ इ उ) चापक्षेत्र से बाहर है और इस कारण वह चापक्षेत्र रताई से छोटा होगा, परंतु (अ इ क) कोन से (इ अ क) कोन बड़ा होतो (ग) केन्द्र (अ इ क) चापक्षेत्र के भीतर होगा, जैसा क्षेत्र ३ में है और वह चाप, रताई से बड़ा होगा उस का केन्द्र जानकर पूर्ववत् रेखा करलो और त्रिज्या जान के जो वृत्त बनाओगे वही इष्ट वृत्त होगा ॥

२६ साध्य

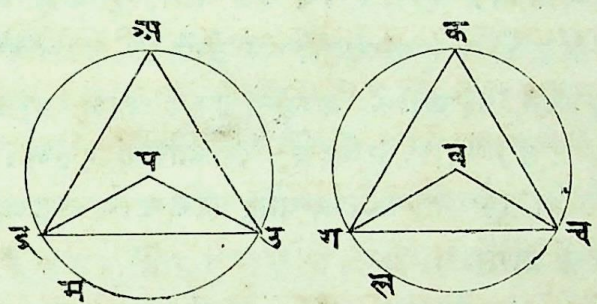
तुल्य वृत्तों में केन्द्र कोन, वा पालि कोन तुल्य होंगे, तो जिन चापों के ऊपर वे कोन हों, वे चाप तुल्य होंगे ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) और (क ग च) वृत्त तुल्य हैं और उन में (इ प उ) और (ग व च) केन्द्र कोन समान हैं और (इ अ उ) और (ग क च) ये पालि कोण तुल्य हैं तो उन के (इ म उ) और (ग ल च) ये चाप तुल्य होंगे ॥

(इ उ) और (ग च) रेखा करदो ॥

उपपत्ति

(अ इ उ) और (क ग च) वृत्त तुल्य हैं, इसलिये दोनों वृत्त की त्रिज्या एकैसी होंगी (इ प उ) और (ग व च) त्रिभुजों में (प इ) और (व ग) भुजा तुल्य हैं, (प उ) और (व च) समान हैं और (इ प उ) और (ग व च) कोन समान हैं, इस कारण (इ उ) रे-

४ और (ग च) आधार तुल्य होंगे और (इ अ उ) पा
लिकोन (ग क च) पालिकोन के तुल्य है, इस कार
१८ ण (इ अ उ) और (ग क च) ये चापक्षेत्र सजातीय
हैं और ये (इ उ) और (ग च) तुल्य रेखाओं पे वि
समान हैं, पर तुल्यरेखा पे के सजातीय चापक्षेत्र
२४ तुल्य होते हैं, इस लिये (इ अ उ) और (ग क च)

चापक्षेत्र तुल्य हैं, परंतु संपूर्ण (अ इ उ) और (क
ग च) वृत्त तुल्य हैं इसलिये शेष (इ म उ) और
(ग ल च) चापक्षेत्र तुल्य होंगे, (इ म उ) और
(ग ल च) चापभी समान होंगे ॥ क. स. ३

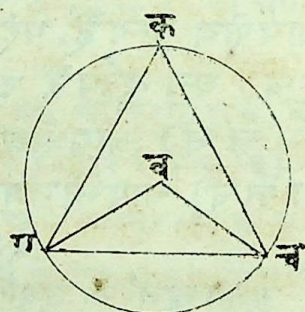
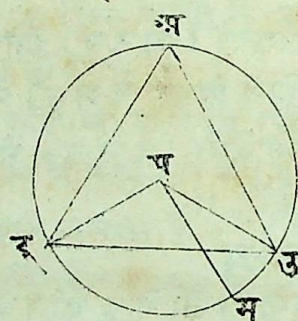
२७ साध्य

तुल्य वृत्तों के तुल्य चापों पे जो केंद्र कोन आधा-
लिकोन होते हैं, वे तुल्य होते हैं ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) और (क ग च) ये
तुल्य वृत्त हैं इनमें (इ उ) और (ग च) तुल्य चापों (इ प उ) और (ग ब च)
ये केन्द्र कोन हैं, और (इ अ उ) और (ग क च) ये
पालिकोन हैं, तो (इ प उ) और (ग ब च) कोन तु
ल्य होंगे और जब (इ प उ) और (ग ब च) कोन
३।२० तुल्य हैं, तो (इ अ उ) और (ग क च) कोनभी तुल्य

होंगे परन्तु जो (इपउ) और (गवच) कोन अ-
तुल्य हों, तो एक से दूसरा बड़ा होगा. कल्पना करो
कि (गवच) से (इपउ) बड़ा है तो (इप) रेखा
के (प) बिन्दु पर (गवच) कोन के तुल्य (इप
म) कोन बनालो ॥

उपपत्ति

(इपम) और (गवच) कोन तुल्य हैं और
सा.३।२६ तुल्य केंद्र कोन तुल्य चापों पर होते हैं, इसलिये
(इम) और (गच) चाप तुल्य हुए, परंतु (गच)
और (इउ) चाप तुल्य हैं, इस कारण (इम) भी
(इउ) के तुल्य होगा, अर्थात् लघुचाप वृहच्चाप
के तुल्य होगा ॥

यह असंभव है, इसलिये (इपउ) और (ग
वच) कोन अतुल्य नहीं हैं, अर्थात् वे तुल्य हैं और
(इअउ) कोन, (इपउ) कोन का
आधा है और (गकच) कोन, (गवच) कोन का
आधा है, इसलिये (इअउ) और (गकच) को-
न तुल्य हुए ॥

२८ साध्य

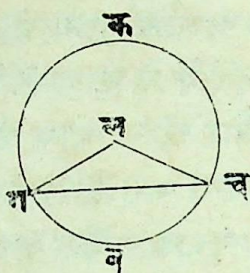
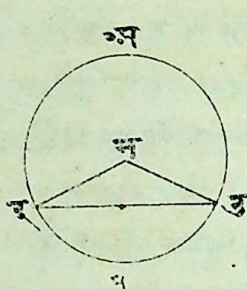
तुल्य जीवा तुल्य वृत्तों की परिधि के तुल्य खंड करेंगी अर्थात् तुल्य जीवाओं से तुल्य परिधि के जो चाप बनेंगे वे तुल्य होंगे, बड़ा चाप बड़े चाप के तुल्य और छोटा चाप छोटे चाप के तुल्य होगा ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) और (क ग च) तुल्य वृत्त हैं, (इ उ) और (ग च) तुल्य जीवा हैं, उन परिधों में से, (इ उ) और (ग च) जीवा (इ अ उ) और (ग क च) ये दो बड़े चाप, और (इ प उ) और (ग ब च) ये छोटे चापों को अलग करती हैं, उन में से (इ अ उ) और (ग क च) चाप तुल्य होंगे और (इ प उ) और (ग ब च) चाप समान होंगे ॥

उन वृत्तों के (म) और (ल) केन्द्र ढूंढलो, (इ म) सा॰ १ अ॰ ३ (म उ) (ग ल), और (ल च) रेखा करदो ॥

उपपत्ति

(अ इ उ) और (क ग च) वृत्त तुल्य हैं, इसलिये उन वृत्तों की त्रिज्या तुल्य होंगी इस कारण (इ म उ) और (ग ल च) त्रिभुजों में (म इ) और (ल ग) भुजा तुल्य हैं, (म उ) और (ल च) समान हैं, और उन त्रिभुजों के (इ उ) और (ग च) आधार भी समान हैं, इसलिये (इ म उ) और (ग ल च) को- क॰ न तुल्य हुए, परंतु एक से वृत्तों के तुल्य केन्द्र को- सा॰ ८ अ॰ १ न तुल्य चापों पै होते हैं, इस कारण (इ प उ) और सा॰ २६ (ग ब च) चाप तुल्य हैं और (अ इ उ) और (ग क च) संपूर्ण परिधि भी तुल्य हैं, इस कारण स्व॰

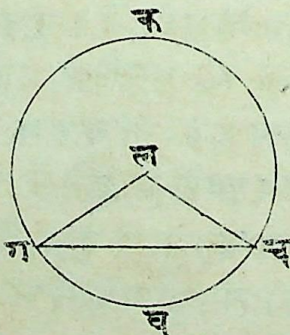
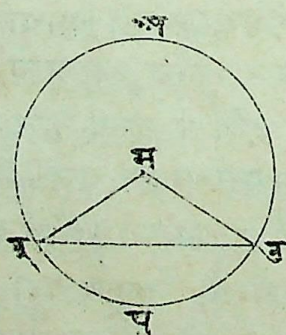
(इ अ उ) और (ग क च) शेष चाप तुल्य होंगे॥ स.१

२९ साध्य

तुल्य वृत्तों के तुल्य चापों की तुल्य जीवा होती हैं॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) और (क ग च) तुल्य वृत्त हैं, उन के (इ प उ) और (ग ब च) तुल्य चाप हैं, (इ उ) और (ग च) रेखा करदी जायं तो वे (इ उ) और (ग च) रेखा तुल्य होंगी॥

उन वृत्तों के (म) और (ल) केन्द्र ढूंढलो फिर स. (म इ) (म उ) और (ल ग) (ल च) रेखा करदो॥

उपपत्ति

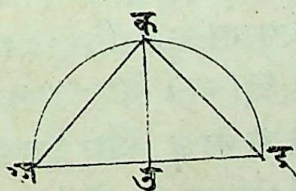
(इ प उ) और (ग ब च) चाप तुल्य हैं, इस कारण (इ म उ) और (ग ल च) केन्द्र कोण तुल्य हैं, और

(अ इ उ) और (क ग च) वृत्त तुल्य हैं; इसकार ण दोनों वृत्तों की त्रिज्या तुल्य होंगी, इसकारण (म इ उ) और (ल ग च) त्रिभुजों में (म इ) और (ल ग) भुजा तुल्य हैं, (म उ) और (ल च) तुल्य हैं, फिर (इ म उ) और (ग ल च) कोन भी तुल्य हैं, इसलिये (इ उ) और (ग च) आधार तुल्य होंगे ॥ प.३।११. सा.२।४

३० साध्य

चाप के तुल्य दो खंड करो ॥

कल्पना करो कि (अ क इ) चाप के तुल्य दो खंड करने हैं (अ इ) रेखा कर दो और उस के (उ) चिन्ह पर तुल्य दो खंड करके (उ) से (उ क) रेखा (अ इ) पर लंब करलो (अ क) और (इ क) रेखा भी करलो ॥ सा.१।१०. सा.१।११

उपपत्ति

(अ उ क) और (इ उ क) त्रिभुजों में (अ उ) और (इ उ) भुजा तुल्य हैं और (उ क) भुजा उभयनिष्ठ है और (अ उ क) और (इ उ क) प्रत्येक कोन सम कोन के तुल्य हैं इसकारण (अ क) और (इ क) आधार तुल्य हैं, परंतु तुल्य जीवा तुल्य वृत्तों के तुल्य खंड करती हैं, सा.१।४ सा.१।२८

उन खंडो में से छोटा छोटे के तुल्य होगा, और बड़ा बड़े के, (क उ) रेखा केन्द्र में जाती है (अ क) और (इ क) चाप क्षेत्र अर्द्धवृत्त से छोटे हैं, इसलिये

(अ क) और (इ क) चाप तुल्य हैं, ॥

३१ साध्य

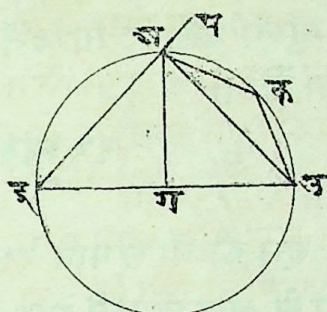
अर्द्ध वृत्त क्षेत्र में जो चापान्तर्गत कोन होगा वह समकोन होगा और अर्द्धचाप क्षेत्र से छोटे खंड में जो अंतर्गत कोन होगा वह अधिक कोन होगा और बृहत्खंड में जो चापांतर्गत कोन होगा वह न्यून कोन होगा ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क) वृत्त है और उसका (ग) केन्द्र और (इ उ) व्यास है, (उ अ) रेखा ऐसी खींचो जो वृत्त के (अ इ उ) और (अ क उ) दो खंड कर देवे, तो (इ अ उ) अर्द्ध वृत्त का अंतर्गत कोन समकोन के तुल्य होगा, और (अ इ उ) चाप क्षेत्र जो अर्द्ध वृत्त से बड़ा है उस में कोन न्यून कोन होगा और अर्द्ध वृत्त से छोटे (अ क उ) चाप क्षेत्र में जो कोन होगा, वह सम कोन से बड़ा होगा ॥

(अ ग) रेखा कर दो और (इ अ) को (च) तक बढ़ा दो ॥

उपपत्ति

प.१२५ (ग अ) और (ग इ) त्रिज्या तुल्य हैं, इसलिये (ग अ इ) और (ग इ अ) कोन तुल्य हुए, सा.१.५ फिर (ग अ) और (ग उ) रेखा भी तुल्य हैं, इसलिये (ग अ उ) और (ग उ अ) कोन तुल्य हैं, इसकारण (इ अ उ) कोन, (अ इ उ) और (अ उ इ) इन कोनों के योग के तुल्य है, परंतु (अ) अ उ) बहिः कोन; (अ इ उ) और (इ उ अ) कोनों के स.२

१.१३२ योग के तुल्य है, इसलिये (इ अ उ) और (उ अ उ)
स. २ कोन तुल्य हुए, इसका
स. १९ रण प्रत्येक कोन सम
कोण हुआ इसकारण अर्द्ध वृत्त के अं-
तर्गत (उ० अ उ)
कोन सम कोन
हुआ ॥

फिर (अ इ उ) त्रिभुज में, (अ इ उ) और, (इ अ उ) दो कोनों का योग दो समकोनों से छोटा है, (इ अ उ) सम कोन है इसलिये (अ इ उ) सम कोन से छोटा है इस कारण वृत्तार्द्ध से बड़े चापक्षेत्र के अंतर्गत जो (अ इ उ) कोन है वह सम कोन से छोटा हुआ ॥ सा. १२७

फिर (अ इ उ क) चतुर्भुज वृत्त के अंतर्गत है, इसलिये (अ इ उ) और (अ क उ) इन दो सन्मुख कोनों का योग दो सम कोन के तुल्य है, पर (अ इ उ) कोन को समकोन से छोटा सिद्ध कर चुके हैं, इसलिये शेष (अ क उ) कोन, सम कोन से बड़ा हुआ, इसलिये, अर्द्ध वृत्त से छोटे चाप क्षेत्र के अंतर्गत वाला (अ क उ) कोन सम कोन से बड़ा हुआ ॥ सा. ३।२२

अनुमान

जो त्रिभुज का एक कोन शेष दो कोनों के योग के तुल्य हो तो वह सम कोन होगा क्योंकि उ-

स कोन का आसन्न कोन भी उन्हीं दो कोनों के
सा.२७.२ योग के तुल्य होगा, और जब आसन्न कोन दो
नों तुल्य होते हैं तो उन में प्रत्येक समकोन प.१९
होता है ॥

३२ साध्य

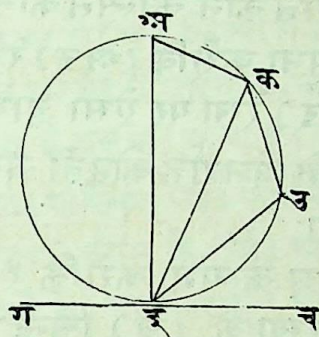
वृत्त की जो संपात रेखा है, उस के संपात बिं
दु पै से वृत्त खंडनी रेखा खींची जाय, उस रेखा
और संपात रेखा से जो कोने बनेंगे, वे एकांतर
चापांतर्गत कोन के तुल्य होंगे ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क) वृत्त के (इ)
चिन्ह पर (ग च) रेखा संपात करती है और
(इ) से (इ क) रेखा वृत्त खंडनी खींचो, तो (इ क)
रेखा और (ग च) संपात रेखा से जो कोने बनेंगे
वे एकांतर चापों के अंतर्गत कोनों के तुल्य होंगे,
अर्थात् (क इ च) कोन, (क अ इ) चापांतर्गत
कोन के तुल्य होगा, और (क इ ग) कोन, (क उ
इ) चापांतर्गत कोन के तुल्य होगा ॥

(ग च) रेखा के (इ) चिन्ह पै से (इ अ) लंब सा.११
खींचो और (क इ) चाप में (उ) लेलो, (अ क),
(क उ), और (उ इ) रेखा करदो ॥

उपपत्ति

(अ क उ इ) वृत्त का (ग च) रेखा से (इ) चिन्ह
पर संपात होता है और (ग च) रेखा पै (इ) चिन्ह
से (इ अ) लंब है, इस कारण वृत्त का केन्द्र (इ अ)

.३।१९ रेखा में होगा, इसकारण अर्द्धवृत्त का अंतर्गत
.३।३१ (अ क इ) कोन समकोन है, इसकारण (इ अ क)
और (अ इ क)
कोनों का योग
एक सम कोन
.१।३२ के तुल्य हुआ,
परंतु (अ इ च)
कोन समकोन
है, इसलिये (अ
इ च) कोन, (इ अ क) और (अ इ क) कोनों के
योग के तुल्य हुआ उन में से (अ इ क)
उभयनिष्ट खंड निकालने से, शेष (क इ च) को-
न, (इ अ क) कोन के तुल्य हुआ और (इ अ क)
कोन एकांतर चापक्षेत्र का अंतर्गत कोन है ॥

फिर (अ इ उ क) चतुर्भुज, वृत्त के अंतर्गत
है, इसकारण (इ अ क) और (इ उ क) इन दो
सन्मुख कोनों का योग दो समकोन के योग के
.३।२२ तुल्य है, पर (क इ च) और (क इ ग) से कोनों
.१।१३ का योग भी दो समकोनों के योग के तुल्य है इस
लिये (इ अ क) और (इ उ क) कोनों का योग
(क इ ग) और (क इ च) कोनों के योग के तुल्य
हुआ, (इ अ क) और (क इ च) कोनों को तुल्य
साध चुके हैं, इस कारण (क इ ग) और (इ उ क)
कोन तुल्य हुए और (इ उ क) कोन एकांतर चा-
पक्षेत्र के अंतर्गत है ॥

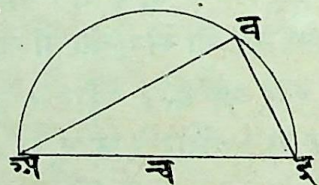
३३ साध्य

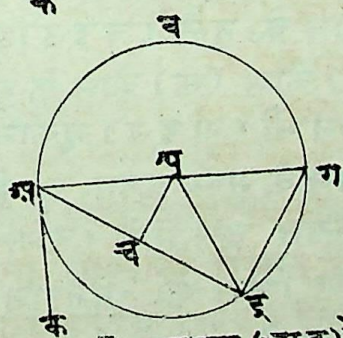
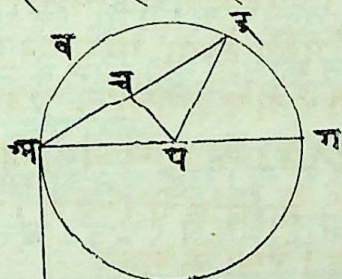
एक रेखा पर ऐसा चाप क्षेत्र बनाओ कि उस में अंतर्गत कोन कल्पित कोन के तुल्य हो ॥

कल्पना करो कि (अ इ) रेखा और (उ) कोन है, (अ इ) रेखा पर ऐसा चाप क्षेत्र बनाओ कि उस में जो अंतर्गत कोन हो वह (उ) कोन के तुल्य हो ॥

प्रथम कल्पना करो कि (उ) सम कोन हो, तो (अ इ) रेखा के (च) चिन्ह पर तुल्य दो खंड सा.१११ करलो, और (च) को केन्द्र मान कर, (च इ) त्रिज्या से, (अ व इ) आधा वृत्त बनालो, तो (अ व इ) अर्द्ध वृत्त का अंतर्गत कोन (उ) सम कोन के तुल्य होगा, परंतु (उ) कोन सम कोन न सा.३१ हो तो (अ इ) रेखा के (अ) चिन्ह पर (इ अ क) कोन (उ) के तुल्य बनाओ और (अ क) रेखा सा.१२ (अ) के चिन्ह पे (अ ग) रेखा लंब बनालो, सा.११ (अ इ) रेखा के तुल्य दो खंड (च) चिन्ह पर कर लो, फिर (अ इ) रेखा के (च) चिन्ह पर (च प) लंब बनाओ और (प इ) रेखा करदो ॥

उपपत्ति.

(अ च प) और (इ च प) त्रिभुजों में, (अ च)

और (इच) भुजा तुल्य हैं और (चप) उभय
निष्ठ है (अचप) और (इचप) कोन भी तुल्य प्र.१।१०
हैं, इसलिये (अप) और (इप) आधार तुल्य सा.१।४
हैं, इस कारण (प) केन्द्र से (प) त्रिज्या से जो वृत्त
बनेगा वह (इ) चिन्ह पर हो के जायगा, कल्पना
करो कि (अबइ) वृत्त है उस के (अबइ) चाप
क्षेत्र का अन्तर्गत कोन कल्पित (उ) कोन के तु-
ल्य होगा; क्योंकि (अग) व्यास के (अ) अग्र से ३।१६
(अक) रेखा लंब खींची है, इस कारण (अक)
रेखा वृत्त की संपात रेखा का. है और वृत्तखण्डनी का.अनु.
(अइ) रेखा संपात चिन्ह से खिंची है, इस कारण
(कअइ) कोन (अबइ) जो एकांतर चाप क्षेत्र है
उस के अंतर्गत
कोन के तुल्य
होगा, परंतु
(कअइ)
कोन, (उ)
कोन के तु-
ल्य है इस
लिये (उ)
कोन भी
एकांतर (अ
बइ) चाप
क्षेत्र के अं-
तर्गत कोन के तुल्य होगा, इस कारण (अइ) रेखा

सा.३।३२
का.
स्व.१

पर (अ व इ) चापक्षेत्र वैसाही बन गया जिसका अंतर्गतकोन (उ) कोन के तुल्य हो ॥

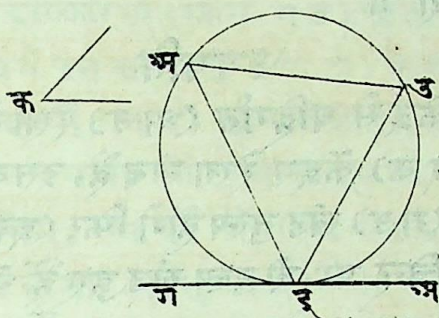
३४ साध्य

कल्पित वृत्त में से एक ऐसा चापक्षेत्र अलग करलो जिस का अंतर्गत कोन कल्पित सरल कोन के तुल्य हो ॥

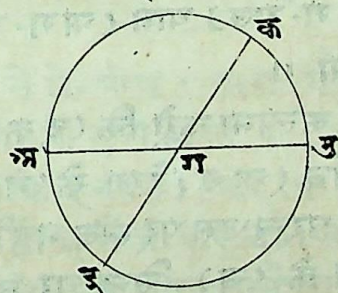
कल्पना करो कि (अ इ उ) वृत्त है और (क) कोन है, (अ इ उ) वृत्त में से एक ऐसा चापक्षेत्र अलग करो जिस का अंतर्गत कोन, (क) कोन के तुल्य हो ॥

(ग च) संपात रेखा ऐसी खींचो कि वह (अ इ उ) सा.३।१७ वृत्त के (इ) चिन्ह पर संपात करे, और (इ च) रेखा के (इ) चिन्ह पै, (च इ उ) कोन (क) कोन सा.१।२३ के तुल्य बनाओ तो (इ अ उ) चापक्षेत्र का अंतर्गत कोन, (क) कोन के तुल्य होगा ॥

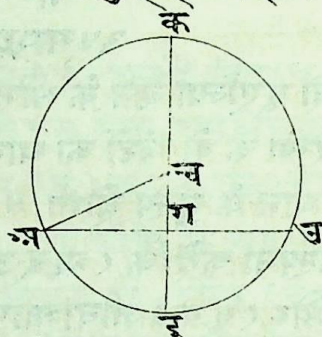
उपपत्ति

(ग च) रेखा वृत्त से संपात करती है और (इ) संपात बिंदु से (इ उ) वृत्त खण्डनी रेखा की गई है इस कारण (इ अ उ) एकांतर चाप के अंतर्गत सा.३।३२ कोन के, तुल्य (च इ उ) कोन होगा, परंतु (च इ कृ. उ) कोन (क) कोन के तुल्य है, इस कारण (क) कोन भी (अ इ उ) एकांतर चापक्षेत्र के अंतर्गत स्वा १ कोन के तुल्य हुआ, इस हेतु से जानो कि (अ इ) कल्पित वृत्त में से (इ अ उ) चापक्षेत्र ऐसा कट गया जिस का अंतर्गत कोन कल्पित (क) कोन के तुल्य हो ॥

३५ साध्य

दो पूर्णज्या वृत्त के भीतर आपस में कटें तो एक रेखा के दो खंडों का घात दूसरी रेखा के दो खंडों के घात के तुल्य होगा ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क) वृत्त के भीतर (अ उ) और (इ क) जीवा आपस में (ग) चिन्ह पर कटती हैं तो (अ ग · ग उ) घात (इ ग · ग क) घात के तुल्य होगा जो (अ उ) और (इ क) रेखा केंद्र में होकर जाती हों, तो (अ ग · ग उ), (इ ग), और (ग क) ये त्रिज्या तुल्य होंगी, इस कारण (अ ग · ग उ) घात (इ ग · ग क) घात के तुल्य होगा, परंतु कल्पना करो कि उन में से (इ क) केन्द्रग रेखा, केन्द्र बहिर्गत (अ उ) रेखा पे (ग) चिन्ह पर लंब है और (इ क) रेखा के (च) चिन्ह पर जो तुल्य दो खंड किये जावें तो (च) केंद्र होगा, (अ च) रेखा

करदो ॥

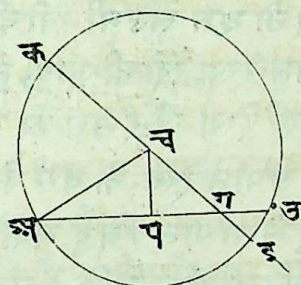
उपपत्ति

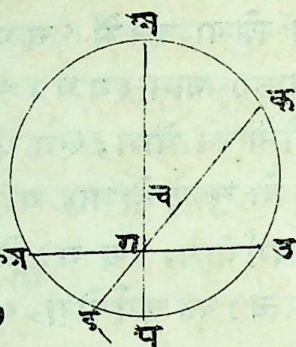
केंद्र से बहिर्गत (अउ) रेखा के (ग) चिन्ह पे (इक) केंद्रग रेखा लंब है, इस कारण (अग) और (गउ) खंड तुल्य होंगे फिर (इक) रेखा के (च) चिन्ह पर, दो तुल्य खंड हुए हैं और (ग) चिन्ह पर दो अतुल्य खंड, इस कारण (कग·गइ) घात और (गच) का वर्ग, इन का योग; (चइ) के वर्ग के तुल्य होगा; अर्थात् (चअ) के वर्ग, वा (गच) और (अग) इन के वर्गयोग के तुल्य होगा, इन में से उभयनिष्ठ (गच) का वर्ग निकालने से, शेष (कग·गइ) घात शेष (अग) के वर्ग के तुल्य होगा; अर्थात् (कग·गउ) घात (अग·गउ) घात के तुल्य होगा ॥

सा.२। ५   २.४७

कल्पना करो कि (इक) केंद्रग रेखा केंद्रबहिर्गत (अउ) रेखा के (ग) चिन्ह पर खंड करती है, परन्तु उस पर लंब नहीं है, और जो (इक) रेखा के (च) चिन्ह पर तुल्य दो खंड किये जाय गे तो (च) चिन्ह केन्द्र होगा ॥

(अच) रेखा करके (अउ) रेखा पे (पच) रेखा लंब करदो, तो (अप) और (पउ)

ला. १९

तुल्य होंगे, इसकारण (अ ग· ग उ) घात और (प ग) का वर्ग इन का योग, (अ प) के वर्ग के तुल्य होगा इन में (च प) का वर्ग जोड़ने से, (अ ग· ग उ) घात (ग प) और (च प) इन का वर्ग इन तीनों का योग; (अ प) और (प च) के वर्ग योग के तुल्य होगा, परंतु (प ग) और (प च) का वर्गयोग, (च ग) के वर्ग के तुल्य होगा, (अ प) और (प च) का वर्गयोग, (अ च) के वर्ग के तुल्य है, इसकारण (अ ग· ग उ) घात और (ग च) का वर्ग इनका योग, (अ च) के वर्ग के तुल्य होगा, अर्थात् (च इ) के वर्ग के तुल्य होगा, अर्थात् (क ग· ग इ) का घात और (च ग) का वर्ग इन के योग के तुल्य होगा, इन में से उभयनिष्ठ (च ग) का वर्ग निकालने से, शेष (अ ग· ग उ) घात (ग इ·ग क) घात के तुल्य होगा ॥

फिर कल्पना करो कि (अ उ) और (क इ) रेखा में से कोई रेखा केन्द्र में हो कर नहीं जाती, उस वृत्त का भी पहले (च) केन्द्र जान लो और जहां उन दोनों (अ उ) और (इ क) रेखाओं का योग होता है· उस (ग) चिन्ह से (प ग च व) व्यास रेखा कर दो तो जैसे पहले सिद्ध कर चुके हैं

उसी प्रकार यह भी सिद्ध होगा कि (अग. गउ)
घात और (पग.गव)
घात तुल्य होंगे और
(इग. गक) घात
और (पग.गव)
घात भी तुल्य होंगे,
इसलिये (अग.गउ)
घात और (इग.गक)
घात समान होंगे ॥

३६ साध्य

वृत्त के बाहर कोई विंदु लेके वहां से एक रेखा तो वृत्त खंडनी खींची जाय और दूसरी वृत्त संपात रेखा खींची जाय, तो उन में से वृत्त खंडिनी संपूर्ण रेखा और उस का वृत्त बहिःखंड का घात उ-तनी संपात रेखा के वर्ग के तुल्य होगा जो कल्पित विंदु से संपात विंदु तक है ॥

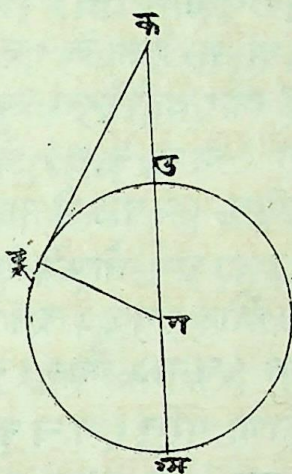
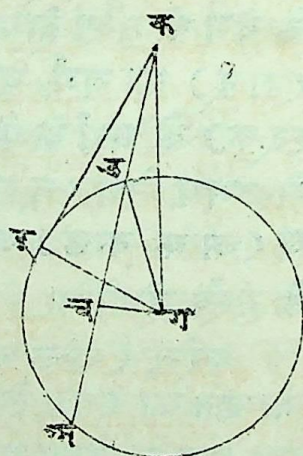
कल्पना करो कि (अइउ) वृत्त है और उस वृत्त से बाहर (क) विंदु है, उस से (कउअ) वृत्त खंडिनी और (कइ) संपात रेखा खींची है, तो (अक. कउ) घात (कइ) के वर्ग के तुल्य होगा, (कअउ) रेखा केन्द्रग होगी वा केन्द्र से बाहर ॥

प्रथम कल्पना करो कि वह रेखा (ग) केन्द्रपर होके जाती है और (इग) रेखा करदो, तो (गइ क) समकोन होगा ॥

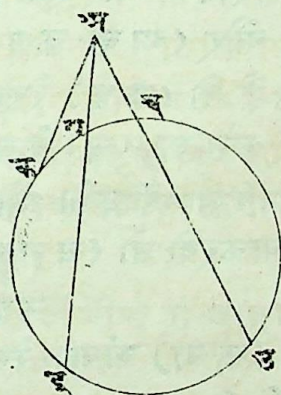
उपपत्ति

(अउ) रेखा के (ग) चिन्ह पर तुल्य खंड हु
ए हैं और वह रेखा (क) चिन्ह तक बढ़ी हुई
है, तो (अक·कउ)
घात और (गउ)
का वर्ग, इनका
योग (गक) के
[२।६] वर्ग के तुल्य हो
गा, परंतु (गउ)
और (गइ) तुल्य
हैं इसलिये (गउ)
और (गइ) का
वर्ग तुल्य होगा
और (गइक) कोन सम कोन है, इसकारण
(गइ) और (इक) का वर्गयोग, (गक)
[१।४७] के वर्ग के तुल्य होगा; (अक·कउ) घात और
(गइ) का वर्ग, इनका योग, (गइ) और
(इक) के वर्ग के योग के तुल्य होगा, इन में [स्व.१]
से उभय निष्ठ (इग) का वर्ग निकालने से शे
ष (अक·कउ) आयत शेष (कइ) के वर्ग
[स्व.३] के तुल्य होगा ॥

परंतु (कउअ) रेखा केंद्र से बाहर हो,
[प्रा.३।१] तो वृत्त का (ग) केन्द्र ढूंढलो, और (गच) रे
खा, (अउ) रेखा पर लंब खींचलो, (गइ)(गउ)
[प्रा.२।१२] और (गक) रेखा करलो ॥

उपपत्ति

(ग च) केन्द्रगरेखा केन्द्र बहिर्गत (अ उ)
रेखा पर लंब है, इसकारण (ग च) रेखा,
(अ उ) रेखा के (च) चिन्ह पर तुल्य खंड करे सा.
गी, (अ उ) रेखा के (च) चिन्ह पे तुल्य खंड
हुआ है और वही रेखा (क) तक बढ़ी है, इस
कारण (अ क. क उ) और (च उ) का वर्ग इ
सा. न का योग, (च क) के वर्ग के तुल्य होगा, इनमें
(ग च) का वर्ग जोड़ने से (अ क. क उ) घात
(च ग) और (च उ) इन का वर्गयोग, इन तीनों
का योग (च ग) और (च क) के वर्गयोग के
स. तुल्य होगा परंतु (ग च क) कोन सम कोन है
इसकारण (ग क) का वर्ग (ग च) और (च क) के वर्ग सा.
योग के तुल्य होगा, (ग उ) का वर्ग भी (ग च)
और (च उ) के वर्ग
योग के तुल्य है, इस
लिये (अ क. क उ)
घात और (ग उ) के व
र्ग इन का योग, (ग
स. क) के वर्ग के तुल्य
है, परंतु (ग उ) और
(ग इ) के वर्ग भी
तुल्य होंगे और (ग
इ क) कोन सम को
न है, इसकारण (ग क) का वर्ग (ग इ) और
(इ क) के वर्गयोग के तुल्य होगा, सा.

इसलिये (अक·कउ) घात (गइ) का वर्ग इनका योग, (गइ) और (इक) के वर्गयोग के तुल्य होगा, इन में से उभयनिष्ठ (गइ) का वर्ग घटा देने से, शेष (अक·कउ) घातशेष (कइ) के वर्ग के तुल्य रहेगा ॥ स· २

अनुमान १

वृत्त के बाहर किसी बिंदु से दो वृत्त खंडनी जो रेखा खींची जायं, जैसे (अइ) और (अउ) रेखा खिंची हैं, तो संपूर्ण रेखा और उसके बहिःखंड का घात ये घात आपस में तुल्य होंगे अर्थात् (इअ·अग) घात (उअ·अच) घात के तुल्य होगा कारण यह है कि उन में से प्रत्येक घात (अक) संपात रेखा के वर्ग के तुल्य होगा ॥

अनुमान २

इसी साध्य से यह कैसा प्रयोजन सिद्ध होता है कि वृत्त खंडनी रेखा के बहिःखंड का प्रमाण और संपात रेखा की लंबाई जानकर वृत्त का व्यास जान सके हैं इस रीति से पृथ्वी का व्यास भी जाना जाता है ॥

३७ साध्य

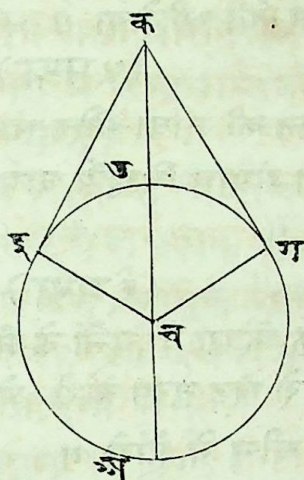
वृत्त के बाहर कोई बिंदु लेके वहां से दो रेखा ऐसी खींची जायं कि एक तो वृत्त के खंड करती हो और दूसरी वृत्त से योग करती हो और वृत्त खंडनी संपूर्ण रेखा और उस के बहिःखंड का घात योग रेखा के वर्ग के तुल्य हो तो वह योग रेखा संपात रेखा होगी ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) वृत्त है और उस से बाहर (क) बिंदु है वहां से (क उ अ) और (क इ) दो रेखा खिंची हैं, उन में से (क उ अ) वृत्त खंडनी और (क इ) रेखा वृत्त से योग करती है और (अ क · क उ) घात (क इ के वर्ग के तुल्य है तो (क इ) रेखा संपात रेखा होगी ॥

वृत्त का (च) केन्द्र ढूंढलो और (क ग) संपात रेखा खींचलो और (च ग), (च इ), (च क) रेखा करदो तो (च ग क) समकोन होगा ॥ सा.३

उपपत्ति

(क ग) संपात रेखा है और (क उ अ) वृत्त खंडिनी इसकारण (अ क · क उ) घात (क ग) के वर्ग के तुल्य होगा, परंतु (अ क · क उ) घात (क इ) के वर्ग के तुल्य है, इसकारण (क इ) और (क ग) के वर्ग तुल्य होंगे (क इ) और (क ग) रेखा तुल्य होंगी इसकारण (क ग च) और (क इ च) त्रिभुजों में (क इ) और (क ग) भुजा तुल्य हैं (च ग) और (च इ) तुल्य हैं और (च क) उभयनिष्ठ है, इस कारण (क ग च) और (क इ च

कोन तुल्य होंगे, परंतु (क ग च) समकोन है, इ-
सलिये (क इ च)
भी समकोन होगा,
और (इ च) रेखा
जो बढ़ाई जायगी
तो व्यास होगी, औ-
र जो रेखा व्यास के
छोर पे से लंब खींची
जाती है वह संपात
रेखा होती है, इस-
कारण (क इ) रेखा
संपात रेखा होगी ॥

(१ प्रश्न)

वृत्त की दो जीवा समानांतर हों उन के तु-
ल्य दो खंड करने वाली रेखा उन पर लंब भी होगी ॥

(२ प्रश्न)

दो समानांतर जीवाओं के बीच के चाप भी
तुल्य होते हैं ॥

(३ प्रश्न)

वृत्त के भीतर जो चतुर्भुज होगा उस का ब-
हिः कोन, अपने आसन्न अंतः कोन के सन्मुख
कोन के तुल्य होगा ॥

(४ प्रश्न)

जो दो वृत्त आपस में कटते हो और जिन
बिंदुओं पर वे कटे हों उनके बीच में रेखाकादी

आप और दोनों केंद्रों के बीच रेखा की जाय तो केंद्रग रेखा उस रेखा के तुल्य दो खंड होगी और उस पर लंब भी होगा ॥

(५ प्रश्न)

वृत्त की जीवा और संपात रेखा समानान्तर हों तो संपात बिन्दु पै चाप के तुल्य दो खंड होंगे ॥

(६ प्रश्न)

एक केंद्रग दो वृत्तों के जो रेखा खंड करे उस के वे दो खंड तुल्य होंगे जो दोनों वृत्तों की परिधि के बीच में होंगे ॥

(७ प्रश्न)

एक केंद्रग दो वृत्त हों उन में से बड़े वृत्त की जीवा छोटे वृत्त की संपात रेखा हो तो उस संपात बिन्दु पै उस जीवा के तुल्य खंड होते हैं ॥

(८ प्रश्न)

किसी वृत्त के भीतर ऐसा संपात वृत्त बनाया जाय कि जिस का व्यास बड़े वृत्त की त्रिज्या के तुल्य हो तो संपात बिन्दु से बड़े वृत्त में जो जीवा खींची जायगी उस के तुल्य दो खंड छोटे वृत्त की परिधि से होंगे ॥

९ प्रश्न

दो वृत्तों का अंतः संपात हो वा बहिः संपात उन दोनों वृत्तों के बीच में दो रेखा ऐसी

खींची जायं जो संपात बिन्दु पर योग करती हों और प्रत्येक वृत्त की परिधि तक पहुंची हों तो उन रेखाओं के बीच के जो परिधिखंड होंगे उन की पूर्णज्या आपस में समानान्तर होंगी।

(२०प्रश्न)

दो वृत्त आपस में जिन दो चिन्हों पर कट ते हैं उन में से एक चिन्ह पै से प्रत्येक वृत्त में व्यास खींचे जायं और उन व्यासों के अग्रों के बीच रेखा की जाय तो वह रेखा अवश्य वृत्तों के दूसरे संपात में हो के जायगी ॥

(२१प्रश्न)

वृत्त के भीतर दो जीवा आपस में कटती हों और एक दूसरी पै लंब हों तो उन चारों खंडों का वर्गयोग व्यास के वर्ग के तुल्य हो गा ॥

(२२प्रश्न)

वृत्त के व्यास को कोई जीवा काटती हो पर एक दूसरी पै लंबरूप न हो और उस जीवा पर के अग्रों से लंब किये जायं और वे लंब परिधि तक बढ़ाने से जीवा हो जायं तो उन जीवाओं के चाप आपस में तुल्य होंगे ॥

(२३प्रश्न)

वृत्त के व्यास की समानांतर जो जीवा हो उस के दोनों अग्रों से रेखा निकलें और व्यास के किसी बिंदु पर मिलें और व्यास के दो

२।८७ खण्ड करें तो उन दोनों रेखाओं का वर्गयोग
२।९ व्यास के दोनों खण्ड के वर्गयोग के तुल्य होगा ॥

(२४ प्रश्न)

३।३३, एक त्रिभुज ऐसा बनादो जिसका शीर्षकोन
१।११ आधार और लंब दिये हुए शीर्षकोन आधार
२।३,३१, और लंब के तुल्य हो ॥

(२५ प्रश्न)

२।९,३।३२, शीर्षकोन आधार और शेष दो भुजों का यो-
अभ्या.३, ग जान के त्रिभुज बनादो ॥

२।३२,

(२६ प्रश्न)

अभ्या.३, वृत्त के अंतर्गत जो चतुर्भुज हो उस की
१।३।३। सन्मुखवाली दो दो भुजाओं को बढ़ाओ और
३६।२२, वे वृत्त से बाहर जिन जिन बिन्दुओं पे मिलें
२।१२ उन के बीच रेखा की जाय और उन पे से वृत्त
२।१ संपात रेखा खींची जाय तो उन का वर्गयोग
उन बिन्दुओं के बीचवाली रेखा के वर्ग के
तुल्य होगा ॥

(२७ प्रश्न)

३।२७का वृत्त की दो संपात रेखा बढ़ाने से जिसदि
अनु.२विंदु पर मिलें वहां से वृत्तखंडनी रेखा खींची
(का)ख. जाय और दोनों संपात चिन्हों के बीच में रेखा
३।२५, करदी जाय तो वृत्तखंडनी रेखा के तीन खंड
२६, होंगे उन में से मध्यखंड और संपूर्ण रेखा का
घात, शेष खंडों के घात के तुल्य होगा ॥

(१८ प्रश्न)

३।३७का अनु॰ वृत्त के बाहर किसी बिन्दु से दो संपात रेखा खींची जायंगी वे तुल्य होंगी ॥

रेखागणित

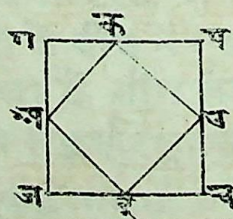
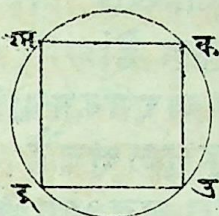
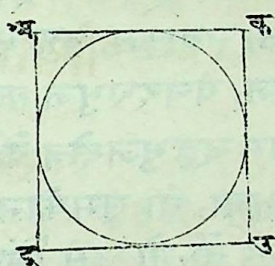
चौथा अध्याय

परिभाषा

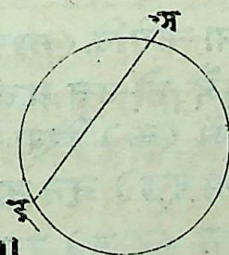
१. जो क्षेत्र किसी क्षेत्र के भीतर हो और भीतर वाले क्षेत्र के कोने बाहर वाले क्षेत्र की भुजाओं को स्पर्श करते हों, तो उस भीतर के क्षेत्र को, क्षेत्रांतर्गत क्षेत्र कहते हैं ॥

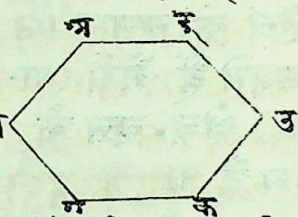
जैसे (क ख ड उ) क्षेत्र, (ग ज च प) क्षेत्र के अंतर्गत है ॥

२. क्षेत्रोपरिस्थ क्षेत्र, उसे कहते हैं, जिस क्षेत्र की भुजा अंतर्गत क्षेत्र के कोनों को स्पर्श करती हो जैसे (ग ज च प) क्षेत्र, (क ख ड उ) क्षेत्र के ऊपर स्थित है ॥

ग क प
ख उ
ज ड च

जिस क्षेत्र के सब कोने परिधि को छूते हों उस क्षेत्र को वृत्तान्तर्गत क्षेत्र कहते हैं जैसे (ख इ उ क) क्षेत्र, वृत्त के अंतर्गत है ॥

जिस क्षेत्र की सब भुजा वृत्त को स्पर्श करती हों, उसे वृत्तोपरिस्थ क्षेत्र कहते हैं जैसे (ख इ उ क) क्षेत्र, वृत्त के ऊपर स्थित है ॥

५. जिस वृत्त की परिधि क्षेत्र की सब भुजाओं को स्पर्श करती हो, उसे क्षेत्रांतर्गत वृत्त कहते हैं चौथी परिभाषा के क्षेत्र को देखो ॥

६. जिस वृत्त की परिधि क्षेत्र के सब कोनों को स्पर्श करती हो, उस वृत्त को क्षेत्रोपरिस्थ वृत्त कहते हैं तीसरी परिभाषा का क्षेत्र देखो ॥

७. जिस रेखा के दोनों सिरे परिधि को छूते हों, उसे वृत्तगत रेखा कहते हैं जैसे (ख इ) रेखा वृत्त के भीतर स्थित है ॥

८. सम बहुभुज क्षेत्र उसे कहते हैं, जिस की सब भुजा और कोने तुल्य हों जैसे (अइउकगच) समबहुभुज क्षेत्र है

ग इ च उ अ क

९. जिस बहुभुजक्षेत्र में पांच भुजा होती हैं, उसे पंचभुजक्षेत्र कहते हैं, और जिस में छः भुजा होती हैं उसे षड्भुज, ऐसे ही सप्तभुज, अष्टभुज, नवभुज, दशभुज, एकादशभुज, द्वादश भुज, पंचदशभुज आदि जानो ॥

१०, सम बहुभुजक्षेत्र के मध्यगत किसी बिंदु से सब भुजा, वा समकोन तक, रेखा खींची जायं वे तुल्य हों, तो उस बिंदु को उस क्षेत्र का केन्द्र कहेंगे ॥

११. सम बहुभुज क्षेत्र के केंद्र से भुजा पर जो लंब खींचा जाय, उसे कोटि कहते हैं ॥

१२. क्षेत्र को घेरने वाली रेखा, सीमा कहाती है ॥

(१ साध्य)

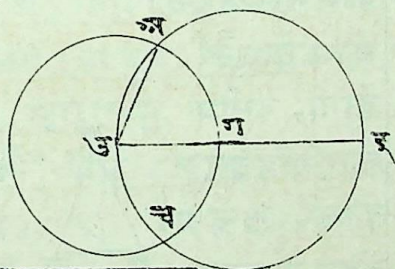
वृत्तगत एक ऐसी रेखा खींचो जो व्यास से बड़ी न हो ॥

कल्पना करो कि (अइउ) वृत्त है और (क) रेखा ऐसी है जो उस वृत्त के व्याससे बडी नहीं है, उसी वृत्त में (क) रेखा के तुल्य, वृत्तगत रेखा करदो, (अइउ) वृत्त का केंद्र ढूंढलो, और उस में केंद्रगत (इउ) रेखा ऐसी करलो, जिसके

अग्र परिधि को छूते हों वह रेखा व्यास होगी और जो वही रेखा, (क) रेखा के तुल्य हो, तो इष्ट सिद्ध हुआ, क्योंकि (क) रेखा के तुल्य (इ उ) रेखा वृत्त में स्थापित होगई और जो (इ उ) रेखा, (क) रेखा के तुल्य न हो, तो (क) रेखा से (इ उ) रेखा बड़ी होगी, उस में से (क) रेखा के तुल्य, (उ ग) रेखा काटलो और (उ) केंद्र मान (उ ग) त्रिज्या से, (अ ग च) वृत्त बनालो और (उ अ) रेखा करदो, वही (उ अ) रेखा, (क) रेखा के तुल्य होगी ॥ क. प्र. १२

उपपत्ति

(अ ग च) वृत्त का (उ) केंद्र है, इसकारण (उ अ) और (उ ग) तुल्य हैं परंतु (उ ग) और (क) तुल्य हैं, इसकारण (उ अ) और (क) रेखा भी तुल्य होंगी, प. १५।

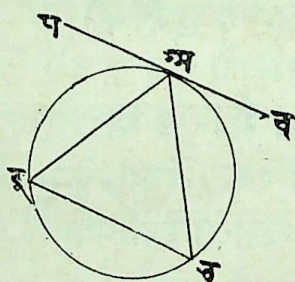
इसलिये (अ इ उ) वृत्त में, (उ अ) रेखा (क) रेखा, के तुल्य वृत्त में स्थापित होगई ॥

२ साध्य

कल्पित वृत्तान्तर्गत, एक ऐसा त्रिभुज बनाओ, जिस के सब कोने कल्पित त्रिभुज के कोनों के तुल्य हों ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) वृत्त और (काख)

त्रिभुज है, (अ इ उ) वृत्त के भीतर एक ऐसा
त्रिभुज बनाओ, जिस के कोने (क ग च) त्रिभुज
सा.३।१७ के कोनों के तुल्य हों (प अ ब) ऐसी संपात रेखा
करो, जो वृत्त के (अ) चिन्ह पर संपात करे,
(प अ) और (ब अ) रेखाओं के (अ) चिन्हपर,
सा.१।२३ (प अ इ) कोन, (क च ग) कोन के तुल्य बना
ओ और (ब अ उ) कोन (क ग च) कोन के
तुल्य बनाओ और (इ उ) रेखा करदो तो (अ उ
इ) यह इष्ट त्रिभुज होगा ॥

उपपत्ति

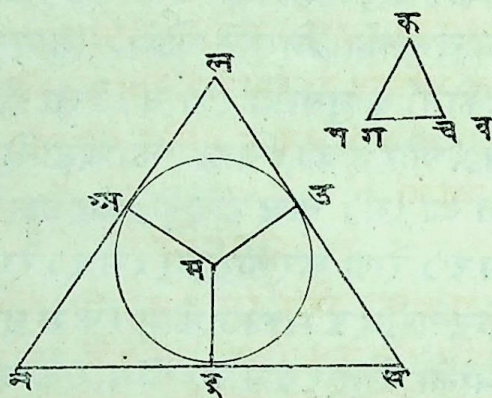
(प अ ब) रेखा, (अ इ उ) वृत्त से संपात
करती है और (अ उ) रेखा संपात चिन्ह से खिं-
ची है, इसकारण एकांतर चापक्षेत्र का (अ इ उ)
सा.३।३२ कोन, (ब अ उ) कोन के तुल्य है, परंतु (क ग च)
स्व. कोनभी (अ इ उ)
स्व.१ कोन के तुल्य
होगा, इसीप्र-
कार (अ उ इ)
कोन, (क च ग)
कोन के तुल्य
होगा, इसलिये (इ अ उ) शेष कोन, (ग क च)
सा.१।३२ शेष कोन के तुल्य होगा, इन कारणोंसे (अ इ उ)
त्रिभुज के सब कोन, पृथक् पृथक् (क ग च) त्रि-
भुज के कोनों के तुल्य हुए और वही (अ इ उ)
त्रिभुज वृत्तांतर्गत है ॥

३ साध्य

वृत्तोपरिस्थ एक ऐसा त्रिभुज बनाओ जिस के कोने कल्पित त्रिभुज के कोनों के तुल्य हों॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) वृत्त है और (क ग च) त्रिभुज है, उस (अ इ उ) वृत्त पे, ऐसा त्रिभुज बनाओ, जिस के कोने, (क ग च) त्रिभुज के कोनों के तुल्य हों (ग च) रेखा को दोनों ओर (प) और (व) चिन्ह तक, बढ़ा दो और (अ इ उ) वृत्त का (म) केन्द्र ढूंढलो और उस केन्द्र से, कोई (म इ) रेखा करलो, फिर (म इ) रेखा के (म) चिन्ह पर, (इ म अ) कोन (क ग च) कोन के तुल्य बनालो और (इ म उ) कोन, (क च ग) कोन के तुल्य बनालो और (इ म उ) कोन, (क च ग) कोन के तुल्य बनाओ, (अ), (इ), (उ) चिन्हों से (ल अ न), (न इ स) और (स उ ल), ये तीन रेखा ऐसी खींचो, जो (अ इ उ) से संपात करें॥ सा.३।१ सा.१।२३ सा.३।१७

उपपत्ति

(ल न), (न स) और (स ल), ये रेखा (अ इ उ) वृत्त के (अ), (इ) और (उ) चिन्हों पे संपात करती हैं और उन पे (म अ), (म इ) (म उ), ये रेखा केन्द्र से खिंची हैं, इस कारण (अ), (इ), (उ) चिन्हों पे के कोन समकोन (अ न इ म) चतुर्भुज में, (न म) रेखा करने से दो त्रिभुज हो सके हैं, इसलिये उस चतुर्भुज के चारों कोनों का योग चार समकोन के तुल्य सा.३।१८

होगा और उन में से (म अ न) और (म इ न) ये दो कोन समकोन हैं, इसलिये (अ न इ) और (अ म इ), शेष दो कोनों का योग दो सम कोनों के तुल्य होगा, परंतु (क ग च) और (क ग प), स. ३ कोनों का योग भी, दो सम कोनों के तुल्य है, सा. १ १३ इसलिये (अ म इ) और (अ न इ); कोनों का योग, (क ग च) और (क ग प), कोनों के योग के तुल्य हुआ, परंतु (अ म इ) कोन, स. ३ (क ग प) कोन के तुल्य है, इसलिये (अ न इ) शेष कोन, शेष (क ग च) कोन के तुल्य हुआ, स. ३ इस रीति से, यह बात भी सिद्ध होसकी, कि (ल स न) कोन, (क च ग) कोन के तुल्य है, इसकारण (न ल स) शेष कोन, (ग क च) शेष कोन के तुल्य होगा, इस रीति से यह बात सिद्ध हुई, कि सा. ३४ (अ इ उ) वृत्तोपरिगत (ल न स) त्रिभुज है, उस के कोने (क ग च) त्रिभुज के कोनों के तुल्य हैं ॥

४ साध्य

एक ऐसा वृत्त बनाओ, जो कल्पित त्रिभुज

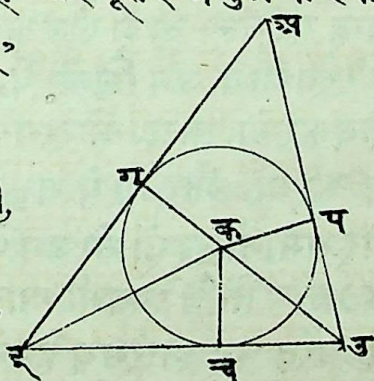
के अंतर्गत हो ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ) कल्पित त्रिभुज है और उसके अंतर्गत वृत्त क्षेत्र बनाना है ॥

(अ इ उ) और (अ उ इ) कोनों के, (इ क) और (उ क) रेखाओं से तुल्य दो दो खंड करलो, (इ क) और (उ क) रेखा का जहां योग होता है, उस (क) चिन्ह से (क ग), (क च) और (क प) रेखा; (अ इ), (इ उ) और (उ अ) रेखाओं पर लंब खींचो ॥

उपपत्ति

(ग इ क) और (च इ क) त्रिभुजों में, (ग इ क) और (च इ क) कोने तुल्य हैं (क ग इ) और (क च इ), ये दोनों समकोन होने के कारण तुल्य हैं और (क इ) भुजा, एक त्रिभुज के (क ग इ) कोन के सन्मुख है और दूसरे त्रिभुज के (क च इ) कोन के सन्मुख है,

इसकारण उन त्रिभुजों की शेष भुजाभी तुल्य होंगी, अर्थात् (क ग) और (क च) तुल्य होंगे, इसी प्रकार (क च) और (क प) तुल्य होंगे, इसकारण (क ग), (क च) और (क प)

ये तीनों रेखा आपस में तुल्य हैं, इन तीनों रेखाओं में से किसी एक रेखा को त्रिज्या मानकर, (क) केंद्र से जो वृत्त बनाया जायगा, वह शेष दो रेखाओं के अग्रों को स्पर्श करेगा और (ग), (च), (प) चिन्हों पे के कोने सम कोन हैं, इसकारण (अ इ), (इ उ), (उ अ), प्रत्येक रेखा, व्यास के अग्र पे लंब है, इसकारण, वे प्रत्येक रेखा (ग च प) वृत्त की स्पर्शन रेखा हैं, इस हेतु से (अ इ उ) त्रिभुज के अंतर्गत (ग च प) वृत्त बनगया ॥

५ साध्य

कल्पित त्रिभुज के उपरिगत वृत्त बनाओ ॥

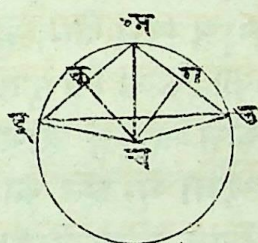
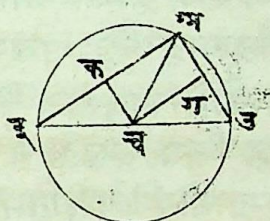
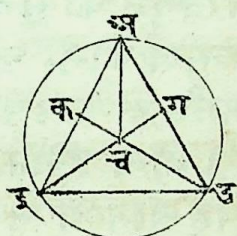
कल्पना करो कि (अ इ उ) कल्पित त्रिभुज के उपरिगत एक वृत्त बनाना है ॥

(अ इ) और (अ उ) रेखाओं के (क) और (ग) चिन्ह पर तुल्य दो दो खंड करलो (अ इ) और (अ उ) रेखाओं के उन चिन्हों पे, (क च) और (ग च) लंब करलो, (क च) और (ग च) रेखा बढ़ाने से योग करेंगी, और जो वे बढ़ाने से योग न करें और समानांतर हों तो उन पे जो (अ इ) और (अ उ) लंब हैं, वे रेखा भी आपस में समानांतर होंगी, परंतु यह असंभव है, तो कल्पना करो कि (क च) और (ग च) रेखा, (च) चिन्ह पर योग करती हैं ॥

(च अ) रेखा करलो, और (च) चिन्ह

(इ उ) रेखा में न हो, तो (इ च) और (उ च) रेखा करलो ॥

उपपत्ति

(अ क च) और (इ क च) त्रिभुज में (अ क) और (इ क) भुजा तुल्य हैं (क च) भुजा उभय निष्ठ है और वही रेखा (अ इ) रेखा पे लंब भी है इसलिये ये (अ च) और (इ च) आधार तुल्य हैं, इसीरीति से (अ च) और (उ च) भी तुल्य होंगे,

इसकारण से (उ च) और (इ च) और (अ च) तुल्य होंगे, (अ च), (इ च) और (उ च) ये तीनों रेखा आपस में तुल्य होंगी, इन तीन रेखाओं में से, एक रेखा को त्रिज्या मानकर, जो वृत्त बनाया जायगा, उस की परिधि अवश्य शेषरेखा भुजों के अग्रों का स्पर्श करेगी और वह वृत्त (अ इ उ) कल्पित त्रिभुज के उपरिगत होगा ॥

अनुमान

इस से यह बात भी पाई जाती है, कि जिस त्रिभुज के भीतर वृत्त का केन्द्र होगा, उसका प्रत्येक कोन वृत्ताई से बड़े चापक्षेत्र के अंतर्गत होगा इसीकारण प्रत्येक कोना, समकोन से छोटा होगा और जो वृत्त का केन्द्र त्रिभुज की एक भुजा में हो, तो उस भुजा के साम्हने वाला कोन अर्द्ध वृत्तान्तर्गत होगा, इस कारण वह कोन समकोन होगा, और जिस त्रिभुज की भुजा से केन्द्र बाहर हो, उसका सन्मुख कोन, अर्द्धवृत्त से छोटे चापक्षेत्र के अंतर्गत होगा, इसकारण वह कोन समकोन से बड़ा होगा पूर्वोक्त अनुमान की बिपरीतिता से यह बात भी निकलती है कि जो त्रिभुज न्यून कोन होगा, तो उसके उपरिस्थ वृत्त का केन्द्र त्रिभुज के भीतर होगा और जो समकोन त्रिभुज होगा, तो समकोन के सन्मुख वाली भुजा में, वृत्त का केन्द्र होगा और जो त्रिभुज अधिक कोन होगा, तो उस के सन्मुख वाली भुजा के परली ओर वृत्त का केन्द्र होगा ॥

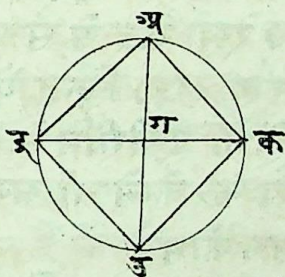
६ साध्य

कल्पित वृत्त के अंतर्गत, एक वर्ग बनाओ ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क) वृत के अन्तर्गत, वर्गक्षेत्र बनाना है, तो वृत्त का

१.अ१ (ग) केन्द्र ढूंढ़लो और (ग) चिन्ह से (अउ) व्यास रेखा करलो, ऐसेही (इक) व्यास खींच लो, १.२१ पर (अउ) पर (इक) रेखा लंब हो फिर (अइ), (इउ), (उक) और (अक) रेखा कर दो तो (अइउक) यही इष्ट वर्गक्षेत्र होगा ॥

उपपत्ति

(इग) और (गक) भुजा तुल्य हैं (गअइ) और (गअक) त्रिभुजों में, (गअ) भुजा उभयनिष्ठ है और वही (इक) रेखा पे लंब है, इसलिये (इअ) और (अक) आधार तुल्य होंगे, १.२४ इसी रीति से (इउ) और (उक), प्रत्येक रेखा, (इअ), वा (अक) रेखा के तुल्य होंगे, इस कारण (अइउक) चतुर्भुज, समभुज होगा, (इक) रेखा वृत्त का व्यास है, इसलिये (इअक) अर्द्धवृत्त का कोन है, तो (इअक)

३.३१ सम कोन होगा, इसीप्रकार (अइउ) और (इउक) और (उकअ), इन में से भी प्रत्येक कोन सम कोन होगा, इसकारण (अइउक) चतुर्भुज का प्रत्येक कोन समकोन के तुल्य है और उसी क्षेत्र की तुल्य भुजा साधचुके हैं, इस १.३० कारण वह वर्गक्षेत्र है और (अइउक) वृत्त के अंतर्गत बना है ॥

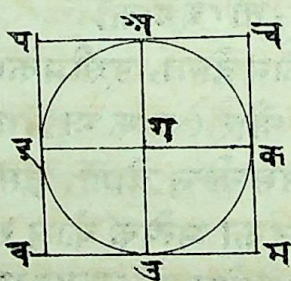
७ साध्य

कल्पित वृत्त के उपरिगत, एक वर्गक्षेत्र बनाओ ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क) कल्पित वृत्त है, उस के उपरिगत वर्गक्षेत्र बनाना है ॥

प्रथम वृत्त का (ग) केंद्र ढूंढलो, फिर वहां से (अ उ) और (इ क) व्यास ऐसे खींचो, जो एक दूसरे पे लंब हो, (अ), (इ), (उ), (क), चिन्हों से (च प), (प ब), (ब म), (म-सा.३।१७ च), संपात रेखा करलो, तो (प ब म च) चतुर्भुज क्षेत्र, इष्ट वर्ग क्षेत्र होगा ॥

उपपत्ति

(च प) रेखा वृत से संपात करती है और (ग अ) रेखा केंद्र से संपात बिंदु तक खिंचा है इस कारण (अ) चिन्ह पे के दोंनो कोन समको-सा.३।१८ न होंगे, इसीरीति से (इ), (उ) और (क) चिन्ह पे के, कोने भी समकोन होंगे (अ गइ) कोन समकोन है और (ग इ प) कोन भी समकोन है, इस कारण (अ उ) और (प ब) रेखा सा.१।२८ समानांतर होंगी, इसीप्रकार (अ उ) और (च म) रेखाभी समानांतर रेखा होंगी, इसीरीति से यह बातभी

सिद्ध हो सक्ती है, कि (प च) और (व म), इन प्रत्येक रेखा की समानांतर (इ ग क) रेखा है, इस कारण (प म), (प उ), (अ म), (च इ), और (इ म), ये प्रत्येक समानांत्तर चतुर्भुज सा.१।३४ हैं, इसलिये (प च) और (व म) भुजा तुल्य हैं, (प व) और (च म) तुल्य हैं ॥

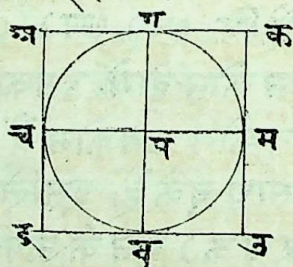
(अ उ) और (इ क) तुल्य हैं और (अ ग) रेखा (प व) और (च म) प्रत्येक रेखा के तुल्य है और (इ क) रेखा (प च) और (व म) प्रत्येक रेखा के तुल्य है, इसलिये (प व), (च म), (प च), (व म), ये प्रत्येक रेखा आपस में तुल्य होंगी, इस कारण (च प व म) चतुर्भुज समभुज होगा, (प इ ग अ) समानांत्तर चतुर्भुज है और (अ ग इ) सम कोन है, इसलिये (अ प इ) भी सम कोन होगा, इस रीति से यह भी सिद्ध हो सा.१।३४ सक्ता है कि (व), (म), (च), चिन्हों पे के कोन भी सम कोन होंगे, इसकारण (च प व म) क्षेत्र के सब कोन सम कोन हैं और उस की सब भुजा तुल्य साध चुके हैं, इसलिये वह वर्गक्षेत्र है और (अ इ उ क) वृत्त के ऊपर स्थित्त है ॥

८ साध्य

कल्पित वर्गक्षेत्र के अंतर्गत्त, वृत्त बनाओ ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क) वर्गक्षेत्र के अंतर्गत्त, वृत्त बनाना है, तो (अ इ) और (अ क) भुजा के (च) और (ग) चिन्हों पर तुल्य दो दो खंड सा.१।१०

करलो श्रोर (ग) चिन्ह से (ग ब), रेखा ऐसी खींचो, जो (अ इ) वा (क उ) रेखा की समानांतर हो और (च) चिन्ह से (च म) रेखा, (अ क) वा (इ उ) की समानांतर करो, तो (अ म), (म इ), (अ ब), (ब क), (अ प), (प उ), (इ प), (प क) इन में से प्रत्येक क्षेत्र समानांतर चतुर्भुज होगा, इसलिये प्रत्येक भुजा, अपनी सन्मुखवाली भुजा के तुल्य होगी क्योंकि (अ इ) और (अ क) रेखा तुल्य हैं और आधी (अ क) रेखा, (अ ग) रेखा के तुल्य हैं, और आधी (अ इ) रेखा (अ च) रेखा के तुल्य है, इस कारण (अ ग) और (अ च) रेखा तुल्य होंगी, परंतु (च प) रेखा, अपने सन्मुख वाली (अ ग) रेखा के समान है और (प ग) रेखा भी, सन्मुख वाली (अ च) रेखा के समान है, इस कारण (च प) और (प ग) रेखा समान होंगी, इसी रीति से यह बात भी सिद्ध हो सक्ती है, कि (प ब) और (प म) प्रत्येक रेखा, (प च) वा (प ग) रेखा के तुल्य होगी, इस कारण (प ग), (प च), (प ब) (प म), ये सब रेखा आपस में तुल्य होंगी इन रेखाओं में से किसी एक रेखा को त्रिज्या मानकर (प) केन्द्र से वृत्त बनाया जायगा, तो उस की

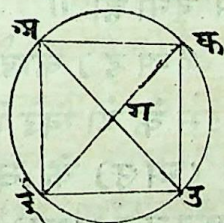
सा.२।३१ सा.१।३४ प.१।३ स्व.७

परिधि शेष तीन रेखाओं के अग्रों का स्पर्श करे
गी और (ग), (ख), (च) (म) चिन्हों पर के
कोन सम कोन, हैं और व्यास के छोर से उस पे जो सा.१।२६
रेखा लंब खींची जाती है, वह वृत्त संपात रेखा सा.३।१६
होती है, इसलिये (अउ) (इउ), (उक), (कअ), अ-
प्रत्येक रेखा संपात रेखा होगी, तो (अ इ उ क)
कल्पित वर्ग क्षेत्र के अंतर्गत, वृत्त बनगया ॥

९ साध्य

कल्पित वर्गक्षेत्र के उपरिगत वृत्त बनाओ ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क) वर्ग क्षेत्र के उप
रिगत वृत्त बनाना है, (अ उ) और (इ क) रेखा
करलो और उनका संपात (ग) चिन्ह पर जानो ॥

उपपत्ति

(क अ उ) और (इ अ उ) त्रिभुजों में, (अक)
और (अ इ) भुजा तुल्य हैं और (अ उ) भुजा
उभयनिष्ट है (क उ) और (इ उ) आधार तुल्य
हैं, इसलिये (क अ उ) और (इ अ उ) कोण तु- १।८
ल्य होंगे, अर्थात् (अउ)
रेखा से, (क अ इ) को-
न के तुल्य दो खंड हो
जायंगे, इसरीति से यह
भी सिद्ध होसक्ता है, कि

(अ इ उ), (इ उ क) और (उ क अ) प्रत्येक
कोन के, (इ क) और (अ उ) रेखा से पृथक् पृ-
थक् तुल्य दो दो खंड हो जायंगे, (क अ इ) कोन,

प.१२३ (अ इ उ) कोन के तुल्य हैं, और (ग अ इ) कोन, (क अ इ) कोन का आधा है, और (ग इ अ) कोन, (अ इ उ) कोन का आधा है, इसलिये (ग अ इ), (ग इ अ) कोन तुल्य हुए, इस कारण (ग अ) और (ग इ) भुजा भी तुल्य होंगी इस रीत्ति से यह बात भी सिद्ध हो सक्ती है, कि (ग उ) और (ग क) प्रत्येक रेखा, (ग अ), वा (ग इ), रेखा के तुल्य है इस कारण (ग अ), (ग इ), (ग उ), (ग क), ये सब रेखा आपस में तुल्य होंगी, इस कारण, इन रेखाओं में से किसी एक रेखा को त्रिज्या मान कर, (ग) केन्द्र से जो वृत्त बनाया जायगा उस की परिधि शेष तीन भुजों के अग्रों को स्पर्श करेगी, वही वृत्त इष्ट वर्ग क्षेत्र के उपरिगत्त होगा ॥

स्वा.१,६ स.

१० साध्य

एक समद्विबाहु त्रिभुज ऐसा बनाओ, जिसके आधार पे का प्रत्येक कोना शेष तीसरे कोन से दूना हो ॥

(अ इ) कोई रेखा लेलो और (उ) चिन्हपर
सा.२।११ उस के दो खंड ऐसे करो, कि (अ इ · इ उ) घात (अ उ) के वर्ग के तुल्य हो, (अ इ) त्रिज्या मान कर, (अ) केन्द्र से, (इ क ग) वृत्त बनाओ और (अ उ) रेखा, जो व्यास से बड़ी नहीं
सा.३।१ है, उस के तुल्य (इ क) वृत्तगत रेखा स्थापन करो और (क अ) रेखा कर लो, तो (अ इ क)

त्रिभुज, इष्टत्रिभुज होगा, अर्थात् (अ इ क) और (अ क इ) प्रत्येक कोन (इ अ क) कोन से दूना होगा ॥

(क उ) रेखा करलो और (अ क उ) त्रिभुज के उपरिगत (अ उ क) वृत्त बनालो ॥ सा. ५

उपपत्ति

क्योंकि (अ इ . इ उ) घात, (अ उ) के वर्ग के तुल्य है, (अ उ) और (इ क) तुल्य हैं, इसलिये (अ इ . इ उ) घात (इ क) के वर्ग के भी तुल्य है और देखो कि (अ उ क) वृत्त के बाहर (इ) चिन्ह से, (इ उ अ) और (इ क), ये दो रेखा उस वृत्त की परिधि तक खिंची है, उन में (इ उ अ) रेखा वृत्त को (उ) चिन्ह पर काटती है और (इ क) रेखा परिधि के (क) चिन्ह पे योग करती है और (अ इ . इ उ) घात (इ क) के वर्ग के तुल्य है, इस कारण (इ क) रेखा, (अ उ क) वृत्त की संपात रेखा होगी, क्योंकि (इ क) संपात रेखा हैं और (क उ) रेखा (क) संपात चिन्ह से खिंची हैं, इसलिये (इ क उ) कोन एकांतरचाप क्षेत्रांतर्गत (क अ उ) कोनके तुल्य होगा, इन में (उ क अ) कोन जोड़ने से, (इ क अ) संपूर्ण कोन (उ क अ) और (क अ उ) इन कोनों के योग के तुल्य, वा (इ उ क) वहिः कोन के तुल्य होगा, परंतु (अ क) और (अ इ) भुजा तुल्य हैं इस कारण (इ क अ) और (उ इ क) कोन तुल्य होंगे, इसलिये (उ इ क) कोनभी तुल्य होंगे, तो

सा. ३।३७ सा. ३।३२ सा. १।३२ सा. १।५

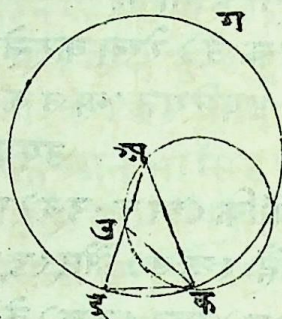
(इ क अ), (क इ अ) और (इ उ क) ये तीनों कोने आपस में तुल्य होंगे, और (इ उ क) और (उ इ क) कोने तुल्य हैं, इसलिये (क इ) और (क इ) भुजा तुल्य होंगी, परंतु (उ अ) और (क इ) रेखा तुल्य हैं, इसलिये (उ क) और (उ अ) रेखा भी तुल्य होंगी, इस कारण (उ अ क) और (उ क अ) कोन भी तुल्य होंगे, इसलिये (उ क अ) और (क अ उ) कोनों का योग; (क अ उ) कोन से दूना होगा, परंतु (उ क अ) और (क अ उ) कोनों का योग, (इ उ क) कोन के तुल्य है, इसलिये (इ उ क) कोन भी (क अ उ) कोन से दूना है, और (इ उ क) कोन (अ क इ) और (अ इ क) प्रत्येक कोन के तुल्य है, इसलिये (अ क इ) और (अ इ क) प्रत्येक कोन, (क अ इ) कोन से दूना होगा, तो (अ इ क) यह समद्विबाहु त्रिभुज ऐसा बनगया, जिसके आधारपे का प्रत्येक कोन, शेष कोन से दूना है

सा. ५।१

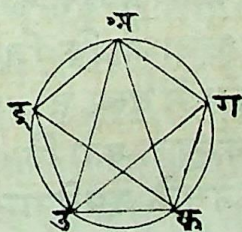
सा. ५।१

सा. ३२।१

११ साध्य

एक कल्पित वृत्त के अंतर्गत ऐसा पंचभुज क्षेत्र बनाओ, जिस के सब भुज और कोने आपस मे तुल्य हों ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क ग) वृत्त के अंतर्गत तुल्य कोन सम पंचभुज क्षेत्र बनाना है, तो (च प ब) एक ऐसा समद्विबाहु त्रि-
१।२० भुज बनाओ, जिस के (प) और (ब) पै का प्रत्येक कोन, (च) कोन से दूना हो, और (अ इ उ क ग) वृत्त के अंतर्गत, (अ उ क) ऐसा त्रिभुज बनाओ जिस के कोने (च प ब) त्रिभुज के कोनों के तुल्य हों, अर्थात (च) चिन्ह का कोन, (उ अ क) कोन के तुल्य हो, (अ उ क) और (उ क अ) प्रत्येक कोन; (प) वा (ब) चिन्ह के कोन के तुल्य हो, तो वे (उ अ क) कोन से भी दूने होंगे, (अ उ क) और (अ क उ) कोनों के (उ ग) और (क इ) रेखाओं से तुल्य दो दो खंड करलो फिर (अ इ), (इ उ), (क ग), और (ग अ) रेखा करदो, तो (अ इ उ क ग) यही अभीष्ट पंचभुज क्षेत्र होगा ॥

उपपत्ति

(अ उ क) और (अ क उ) प्रत्येक कोन, (उ अ क) कोन से दूना है, और उन कोनों के (उ ग) और (क उ) रेखाओं से तुल्य दो दो खंड हुए हैं, इसलिये (क अ उ), (अउग), (ग उ क), (उ क इ), (इ क अ), ये सब कोने आपसमें तुल्य

होंगे, परंतु तुल्य कोने, तुल्य चापों पर होते हैं, इसलिये (अ इ), (इ उ), (उ क), (क ग) और (ग अ) सब चाप आपस में तुल्य होंगे और तुल्य चापों की जीवा भी तुल्य होती है इसलिये (अ इ), (इ उ), (उ क), (क ग) (ग अ) ये सब जीवा तुल्य होंगी, इस कारण (अ इ उ क ग) क्षेत्र सम पंचभुज हुआ (अ इ) और (क ग) चाप तुल्य सिद्ध हो चुके हैं, इनमें (इ उ क) चाप जोड़ने से (अ इ उ क) संपूर्ण चाप, (ग क उ इ) संपूर्ण चाप के तुल्य होगा, परंतु (अ इ क) चाप के ऊपर, (अ ग क) कोन है, और (ग क उ इ) चाप पर, (इ अ ग) कोन है, इसलिये (अ ग क) और (इ अ ग) कोन तुल्य होंगे इस रीति से (अ इ उ), (इ उ क), (उ क ग), प्रत्येक कोन (इ अ ग), वा (अ ग क) कोन के तुल्य होगा, इसलिये (अ इ उ क ग) पंचभुजक्षेत्र के सब कोन तुल्य होंगे और उस के तुल्य भुज पहले साध चुके हैं, इसलिये कल्पित वृत्त के अंतर्गत, तुल्य कोन समपंचभुजक्षेत्र बन गया ॥

सा.३। सा.३। ३।

१२ साध्य

कल्पित वृत्त के उपरिस्थ एक पंचभुजक्षेत्र ऐसा बनाओ कि जिसके सब भुज और कोने आपस में तुल्य हों ॥

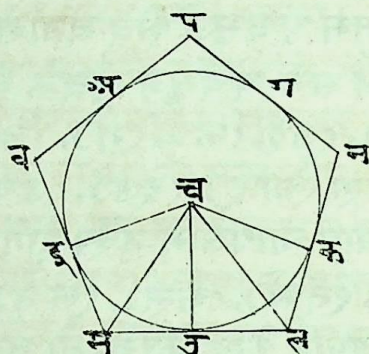
कल्पना करो कि (अ इ उ क ग) कल्पित वृत्त है उसके उपरिगत तुल्य कोन सम पंचभुज

क्षेत्र बनाना है तो वृत्त के बीच पहले तुल्य को- न सम पंचभुज क्षेत्र बनालो और उस तुल्य कोन सम पंचभुज क्षेत्रके कोन, वृत्त के (अ), (इ), (उ), (क), (ग), चिन्हों पर जावो, इस- कारण (अ इ), (इ उ), (उ क), (क ग), (ग अ), ये चाप आपस में तुल्य होंगे उन चिन्हों से (प- सा.४।११ ब), (ब म), (म ल), (ल न), (न प), ये वृत्त सा.३।१७ संपात रेखा करदो, तो वही (अ ब म ल न) अभीष्ट पंचभुज क्षेत्र हो जायगा ॥

इस में (च) केंद्र ढूंढलो, (च इ), (च म), (च- उ), (च ल), (च क), रेखा करलो ॥

उपपत्ति

(म ल) रेखा और वृत्त का (उ) चिन्ह पर संपात होता है और (च) केंद्र से (च उ) रेखा (उ) संपात बिंदु तक खिंची है इसलिये (म ल) रेखा पे, (च उ) रेखा, लंब है, इसलिये (उ) ३।१८ चिन्ह पे के कोन समकोन हैं, इसीरीति से (इ) और (क) चिन्हों पर के कोन समकोन हैं, (च- उ म) और (च इ म) ये समकोन हैं, इसलिये (च म) का वर्ग; (च उ) और (म उ) के वर्ग- योग के तुल्य होगा और (च म) का वर्ग, (च- सा.१।४७ इ) और (इ म) के वर्गयोग के भी तुल्य होगा, इसलिये (च उ) और (म उ) का वर्गयोग, (च इ) और (इ म) के वर्गयोग के तुल्य हुआ, परंतु (च उ) का वर्ग, (च इ) के वर्ग के तुल्य

है, इसलिये शेष (म उ) का वर्ग, शेष (इ म) के वर्ग के तुल्य हुआ, (म उ) और (इ म) रेखा तुल्य हुई, (चमउ) और (चम इ) त्रिभुजों में, (च उ) और (च इ) भुजा तुल्य हैं और (च म) उभयनिष्ठ है, (म उ) और (इ म) आधार तुल्य हैं, इसलिये (उ म च) और (इ म च) कोन तुल्य हैं, सा.१।८ (उ च म) और (इ च म) कोन तुल्य हैं, इसलिये (उ म इ) कोन, (उ म च) कोन से दूना है, और (उ च इ) कोन, (उ च म) कोन से दूना है, इसीरीति से (उ च क) कोन, (उ च ल) कोन से दूना है, और (उ ल क) कोन, (उ ल च) कोन से दूना है, परंतु (इ उ) चाप, (उ क) चाप के तुल्य है, इसलिये (इ च उ) और (उ च क) कोन तुल्य हैं, और (इ च उ) कोन ३।२७ (म च उ) कोन से दूना सिद्ध हो चुका है, और (उ च म) कोन से (उ क च) कोन दूना है इसलिये (म च उ) और (उ च ल) कोन तुल्य होंगे, स्व.७ और (च उ म) और (च उ ल) समकोन तुल्य हैं, इसलिये (च म उ) और (च ल उ) त्रिभुजों में, एक त्रिभुज के दो कोने, दूसरे त्रिभुज के दो कोनों

के तुल्य हैं और दोनों त्रिभुजों के समकोन के पास वाली (व उ) भुजा, उभय निष्ठ है, इसलिये (व म उ) और (व ल उ) तीसरे कोन भी तुल्य होंगे और शेष दो दो भुजा भी तुल्य होंगी इसकारण (म उ) और (उ ल) तुल्य होंगे और (म ल) रेखा, (म उ) रेखा से दूनी होगी, इसी रीति से यह बात भी सिद्ध हो सक्ती है, कि (व म) रेखा (इ म) रेखा से दूनी है, (म इ) और (म उ) रेखाओं को तुल्य साधचुके हैं और (म ल) रेखा (म उ) रेखा से दूनी है और (व म) रेखा (इ म) रेखा से दूनी है, इसीलिये (व म) और (म ल) रेखा तुल्य होंगी इसी रीति से यह भी सिद्ध हो सक्ता है, कि (प व), (प न) (न ल) प्रत्येक रेखा (व म), वा (म ल) रेखा के तुल्य होगी, इसलिये (प व म ल न) यह समपंचभुज क्षेत्र हुआ ॥

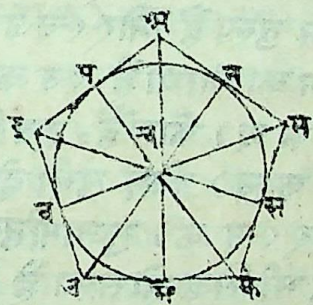
(व म उ) और (व ल उ) कोन तुल्य है और (व म ल) कोन, (व म उ) कोन से दूना है और (म ल न), कोन (व ल उ) कोन से दूना है इसलिये (व म ल), और (म ल न) कोन तुल्य हैं और इसी रीति से यह भी सिद्ध हो सक्ता है कि (म न प) और (व प न) और (प न ल) प्रत्येक कोन (व म ल) वा (म ल न) कोन के तुल्य हुआ, इसलिये (प व म), और (व म ल), (म ल न), (ल न प) और (न प व) ये सब कोन आप

स से तुल्य होंगे, इसलिये (प ब स न) पंच भुज क्षेत्र के सब कोने तुल्य हैं, और उस के भुजों की तुल्यता पहले साध चुके हैं, इसलिये वह क्षेत्र (अ इ उ क ग) वृत्त को उपरिगत हुआ ॥

१३ साध्य

तुल्य कोण सम पंचभुज के अंतर्गत वृत्त बनाओ ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क ग) तुल्य कोन सम पंचभुज क्षेत्र है, उस के अंतर्गत वृत्त बनाना है, तो (इ उ क) और (उ क ग) कोनों के, (उच) और (क च) रेखाओं से तुल्य दो दो खंड करलो। और उन का योग (च) बिन्दु पे जान के, वहां से (च इ), (च अ) (च ग) रेखा करलो, तो (इ उ च) और (क उ च) त्रिभुजों में (इ उ) और (उ क) भुजा तुल्य हैं और (उ च) भुजा उभय निष्ठ है और (इ उ च) और (क उ च) कोन तुल्य हैं, इसलिये (इ च) और (च क) आधार तुल्य होंगे, (उ इ च) और (उ क च) कोन भी तुल्य होंगे और (उ क ग) कोन, (उ क च) कोन से दूना है, और (उ क ग) और (उ इ अ) कोन तुल्य हैं, और (उ क च) और (उ इ च) कोन तुल्य हैं, इसलिये (उ इ अ) कोन भी, (उ इ च) कोन से दूना है इसलिये (अ इ अ) कोन के (इ च) रेखा से तुल्य दो खंड हो गये इसी रीति से यह बात भी सिद्ध हो सकती है, कि (इ अ ग) और (अ ग क) कोन के, (अ च) और (ग च) रेखाओं से तुल्य दो दो खंड हो जायंगे

(च) विन्दु से. (च प), (च व) (च म), (च ल).
(च न), लम्ब, (अ इ), (इ उ), (उ क), (क ग)
(ग अ) रेखाओं पर करलो तो (च व उ) और
(च म उ) त्रिभुज होंगे, उनमें (व उ च) और (म
उ च) कोन तुल्य हैं, (च व उ) और (च म उ) स
म कोन तुल्य हैं और तुल्य कोनों के सन्मुख वा
ली (च उ) भुजा उभय निष्ठ है, इसलिये उन
त्रिभुजों के शेष भुज भी तुल्य होंगे, इसलिये (च
व) और (च म) लंब तुल्य होंगे, इसी रीति से यह
भी सिद्ध होसका है, कि (च ल), (च न), (च प)
इन में से प्रत्येक रेखा, (च व) वा (च म) के तुल्य
हैं, इसलिये (च प), (च व), (च म) (च ल),
(च न) ये रेखा सब आपस में तुल्य होंगी, इस
कारण इन में से किसी एक रेखा को त्रिज्या मान
कर, (च) केन्द्र से, जो वृत्त बनाया जायगा, उस
की परिधि शेष चार भुजाओं के अग्रों पे होके
जायगी और (प),
(व), (म), (ल),
(न), बिन्दों पर के,
कोन सम कोन हैं
क्योंकि इन बिन्दों
पै जो व्यास के अग्र
से लंब रूप रेखा हैं
वे सब वृत्त की संपात रेखा हैं, इसलिये (इउ क
ग अ) तुल्य कोन समपंचभुज क्षेत्र के अंतर्गत

वृत्त बनगया ॥

२४ साध्य

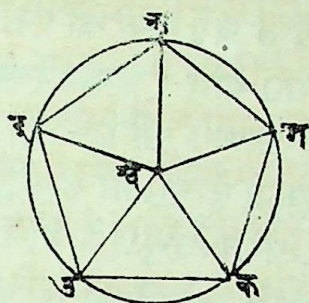
तुल्य कोन समपंचभुज क्षेत्र के उपरिगत वृत्त बनाओ ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क) तुल्य कोन पंचभुज क्षेत्र है उस के उपरिगत वृत्त बनाना है, (इ उ क) और (उ क ग) कोनों के, (उ च) और (क च) रेखाओं से तुल्य दो दो खंड करलो और उन रेखाओं का जहां योग हो वहां (च) चिन्ह रखकर, (च इ), (च अ) और (च ग) रेखा करलो ॥

उपपत्ति

पहिले साध्य की रीति से यह सिद्ध हो सक्ता है, कि (उ इ अ), (इ अ ग) और (अ ग क) कोनों के (च इ), (च अ) और (च ग) रेखाओं से तुल्य दो दो खंड हुए हैं, (इ उ क) और (उ क ग) कोन तुल्य हैं और (च उ क) कोन, (इ उ क) कोन का आधा है, (उ क ग) कोन का आधा (उ क च) कोन है, इसलिये (च उ क) और (उ क च) कोन तुल्य होंगे, इसकारण (च उ) और (च क) भुजाभी तुल्य होगी, इसरीति से यह भी सिद्ध हो सक्ता है कि (च इ), (च अ), (च ग), प्रत्येक रेखा (च उ), वा (च क) रेखा के तुल्य होंगी, इसलिये (च अ), (च इ), (च उ), (च क), और (च ग) ये पांचों रेखा आप

स में तुल्य होंगी इसलिये इन रेखाओं में से किसी एक रेखा को

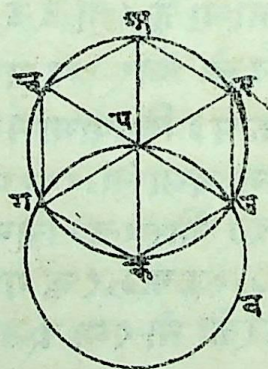
त्रिज्या मान कर (च) केन्द्र से वृत्त बनाया जायगा तो उस की परिधि शेष चार भुजाओं के अग्रों पै होके जायगी और वही वृत्त (अ इ उ क ग) तुल्य कोन समपंचभुज क्षेत्र के उपरिगत होगा ॥

१५ साध्य

कल्पित वृत्त के अंतर्गत तुल्य कोन समषड्भुज क्षेत्र बनाओ ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क ग च) कल्पित वृत्त के अंतर्गत, तुल्य कोन समषड्भुज क्षेत्र बनाना है (अ इ उ क ग च) वृत्त का (प) केन्द्र ढूंढलो और (अ प क) व्यास रेखा कर लो और (क प) त्रिज्यामान के (क) केंद्र से, (ग प उ ब) वृत्त बनालो, (ग प) और (उ प) रेखाओं को (इ) और (च) चिन्ह तक बढ़ादो, (अ इ), (इ उ), (उ क), (क ग), (ग च), (च अ), रेखा करलो तो (अ इ उ क ग च) यही तुल्य कोन, समषड्भुज क्षेत्र होगा ॥

उपपत्ति

(अ इ उ क ग च) वृत्त का (प) केन्द्र है,

इसलिये (प ग) और (प क) तुल्य होंगे. फिर (ग प उ व) वृत्त का (क) केन्द्र है, इसलिये (क ग) और (प क) रेखा तुल्य है तो (प ग) और (क ग) भी तुल्य होंगी और (ग प क) समत्रिभुज होगा, तो उसके तीनों कोने भी तुल्य होंगे, परंतु त्रिभुज के तीनों कोनों का योग, दो समकोन के तुल्य होता है, इस कारण (ग प क) कोन, दो सम कोन का तीसरा भाग हुआ, इसीरीति से यह भी सिद्ध होसक्ता है कि (क प उ) कोन, भी दो समकोन का तीसरा भाग है, और (ग प उ) और (उ प इ) ये आसन्न कोन दो सम कोन के तुल्य हैं इसलिये (उ प इ) शेष कोन भी दो समकोन का तीसरा भाग है, इसकारण (ग प क), (क प उ), (उ प इ), ये प्रत्येक कोन, आपस में तुल्य होंगे और ये तीनों कोने अपने सन्मुख कोन (इ प अ), (अ प च) और (च प ग) के तुल्य हैं, इसलिये (ग प क), (क प उ) (उ प इ), (इ प अ), (अ प च), (च प ग) ये सब कोने आपस में तुल्य होंगे, परन्तु तुल्य कोने, तुल्य चापों पर होते हैं, इसलिये (अ इ), (इ उ), (उ क), (क ग), (ग च)

(च ख), ये सर्व चाप आपस में तुल्य होंगे; और
सा.३।२९ तुल्य चापों की जीवा भी तुल्य होती हैं, इस-
लिये (अ इ उ क ग च) षड्भुज क्षेत्र की छः भु-
जा तुल्य होंगी, इस कारण यह क्षेत्र, समषड्
भुज क्षेत्र होगा और यह तुल्य कोन भी होगा;
क्योंकि (अ च) और (ग क) तुल्य चापों में (अ-
इ उ क) चाप जोड़ने से, (च अ इ उ क) और
(ग क उ इ अ) ये संपूर्ण चाप तुल्य होंगे, और
(च अ इ उ क) चाप पर, (च ग क) कोन है, और
(ग क उ इ अ) चाप पर, (अ च ग) कोन है, इस-
लिये (च ग क) और (अ च ग) कोन तुल्य होंगे सा.३।२७
इसरीति से यह भी सिद्ध होसक्ता है कि समषड्भुज
का शेष प्रत्येक कोन (अ च ग), वा (च ग क) को-
न के तुल्य होगा, इसलिये यह षड्भुज क्षेत्र तु-
ल्य कोन होगा और उस की भुजाओं को तुल्य सा-
ध चुके हैं, इसलिये (अ इ उ क ग च) कल्पित वृ-
त्त के, अन्तर्गत तुल्य कोन समषड्भुज क्षेत्र
बनगया ॥

अनुमान

इस से यह बात सिद्ध हुई, कि तुल्य कोन, सम
षड्भुज का एक भुज, त्रिज्या अर्थात् व्यास है के
तुल्य होता है ॥

और (अ), (इ), (उ), (क), (ग), (च),
बिन्दों से स्पर्शसंपात रेखा खींची जाय, तो वृत्तो परि
गत तुल्य कोन समषड्भुज बनजायगा और

उस की उपपत्ति वृत्तोपरिगत, तुल्य कोन स-
मपंचभुज क्षेत्र के अनुसार जानो ॥

सम षड्भुज के अंतर्गत और उपरिगत,
वृत्त के बनाने का प्रकार भी, तुल्य कोण समपं-
चभुज क्षेत्र की रीति से जानो ॥

१६ साध्य

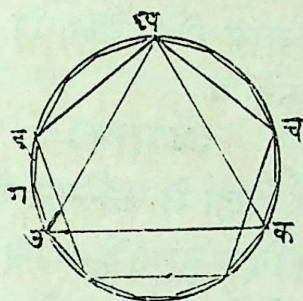
कल्पित वृत्त के अंतर्गत, तुल्य कोन सम
पंचदशभुज क्षेत्र बनाओ ॥

कल्पना करो कि (अ इ उ क) वृत्त के अंतर्ग-
त तुल्य कोन समपंचदशभुज क्षेत्र बनाना है ॥

कल्पना करो कि वृत्त के भीतर जो सम त्रिभु- सा.४।
ज बना है उस की (अ उ) एक भुजा है और उसी
वृत्त के भीतर जो तुल्य कोन सम पंचभुज क्षेत्र
बना है, उसकी (अ इ) भुजा है ॥ सा.४।

उपपत्ति

(अ इ उ) चाप, संपूर्ण परिधि का तीसरा
भाग है, इस कारण जो परिधि के सम पंद्रह भा-
ग होंगे, तो (अ इ उ) चाप जो संपूर्ण परिधि का
तीसरा भाग है उसमें पांच समभाग होंगे और
(अ इ) चाप जो संपूर्ण परिधि का पांचवां भाग
है उस में वैसे तुल्य तीन भाग होंगे, इस कारण
(अ उ) और (अ इ) चापों के अंतर, (इ उ)
चाप से, वैसे दो तुल्य भाग होंगे, (इ उ) चाप
के (ग) चिन्ह पर, तुल्य दो खंड कर लो तो (इ- सा.३।
ग) और (इ उ) प्रत्येक चाप (अ इ उ क) संपू-

र्ण परिधि का पंद्रहवां भाग होगा जो (ङ) ग, और (ग उ) रेखा खींची जायं और उन के तुल्य रेखा संपूर्ण परिधि में स्थापन की जाय, तो वृत्त के अंतर्गत, तुल्य कोन सम पंचदशभुज क्षेत्र बन जायगा ॥

तुल्य कोन समपंचदशभुज क्षेत्र के कोने, परिधि को जिन चिन्हों पे छूते हैं उन पे वृत्त संपात रेखा खींची जायं, तो वृत्तोपरिगत सम पंचदशभुजक्षेत्र बन जायगा, तुल्य कोन समपंचभुजक्षेत्र के अनुसार तुल्य कोन समपंचभुज क्षेत्रों के अंतर्गत वा उपरिगत वृत्त बना लो

(१ प्रश्न)

एक रेखा में चिन्ह दिया हुआ है और रेखा से अलग एक बिंदु कल्पना किया है, अब एक ऐसा वृत्त बनादो, जिस की परिधि कल्पित रेखा से, उस के दिये हुए चिन्ह पर संपात करे और दूसरे कल्पित बिंदु में भी होकर जाय ॥

(२ प्रश्न)

एक रेखा ऐसी खींचो कि जो दोनों दिये हुए वृत्तों की संपात रेखा हो ॥

(३ प्रश्न)

१।२० एक रेखा और दो बिंदु दिये हुए हैं, अब ऐ-
३।११ सा वृत्त बनाओ कि उस की परिधि दोनों बिंदुओं
३।१४ पै होकर जाय और रेखा से एक चिन्ह पर
३।१२ संपात करे ॥

(४ प्रश्न)

३।११ दी हुई रेखा में कल्पित एक बिंदु है और
३।३ एक वृत्त दिया हुआ है, अब ऐसा एक और वृत्त
३।३२ बनाओ, जो रेखा से उस के कल्पित बिंदु पर सं-
३।३ पात करे और कल्पित वृत्त से भी संपात करे ॥

४प्र०१ (५ प्रश्न)

३।१० एक वृत्त और उससे अलग एक रेखा दी
३।१९ हुई है, अब वृत्त की ऐसी संपात रेखा खींचो, जो
१।११ दी हुई रेखा की समानांतर हो ॥

(६ प्रश्न)

३।२३ एक रेखा और वृत्त दिया हुआ है, अब वृत्त
६प्र०५ की ऐसी संपात रेखा खींचो, जो दी हुई रेखा से
योग करे और उन के योग से जो कोना उत्पन्न
हो, वह दिये हुए कोन के तुल्य हो ॥

(७ प्रश्न)

४।६ एक वृत्त के अंतर्गत जो तुल्य कोन समभ-
४।७ जचतुर्भुज क्षेत्र बनाया जाय उस का क्षेत्र फल, उस
वृत्त के अंतर्गत और बहिर्गत वर्गक्षेत्रों के भु-
जों के घात के तुल्य होगा ॥

(८ प्रश्न)

४।६ वृत्त के चतुर्थांश वा वृत्त पाद के अंतर्गत

वृत्त बनाओ ॥

(९ प्रश्न)

किसी वृत्त में एक बिन्दु दिया है और वृत्त से बाहर एक कल्पित बिन्दु है, अब ऐसा वृत्त बनाओ जो कल्पित वृत्त से उस के कल्पित बिन्दु पे संपात करे और दूसरे कल्पित बिन्दु में होकर जाय ॥

(१० प्रश्न)

वृत्तोपरिगत चतुर्भुज के सन्मुख भुजों का योग संपूर्ण तीन का आधा होगा।

इति

कापीनवीस मुरली
धर